



EESTI MAAÜLIKOOL  
Metsandus- ja maaehitusinstituut

**Daiva Soodla**

**GEOIDI MUDELI EST-GEOID2017 TÄPSUSE ANALÜÜS  
TARTU LINNAS**

ACCURACY OF THE MODEL EST-GEOID2017  
IN AREA OF TARTU

Magistritöö  
Geodeesia ja maakorralduse õppekava

Juhendaja: dotsent Harli Jürgenson

Tartu 2019

Eesti Maaülikool Kreutzwaldi 1, Tartu 51014		Magistrantuuri lühikokkuvõte	
Autor: Daiva Soodla		Õppekava: Gedeesia ja maakorraldus	
Pealkiri: Geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsuse analüüs Tartu linnas			
Lehekülgi: 58	Jooniseid: 13	Tabeleid: 15	Lisasid: 0
Õppetool: ETIS-e teadusvaldkond ja CERC S-i kood:		Geomaatika 4. Loodusteadused ja tehnika, Geodeesia (P515)	
Juhendaja:		Harli Jürgenson	
Kaitsmiskoht ja aasta:		Tartu, 2019	
<p>Käesolevas töös on uuritud Eesti geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsust ja nihet Tartu linnas, mis on ka antud töö eesmärk. Aina enam kasutatakse tänapäeval mõõdistamise meetodit RTK pluss geoid, kuna see on tunduvalt kiirem, lihtsam ja odavam kui nivelleerimine. Seega on geoidi mudeli täpsus väga aktuaalne teema. RTK meetodil mõõdistades saame kõrgused ellipsoidilt ning seejärel tuleb neid parandada geoidi mudeliga.</p> <p>Kuna Eesti läks üle Amsterdamil nullile 1. jaanuaril 2018, siis hakkas kehtima ka uus kõrgussüsteem EH2000. 2018. aasta algusest kasutame uut ja täpsemat geoidi mudelit EST-GEOID2017, mida järgnev töö analüüsib.</p> <p>Töö meetodiks on võrrelda GPS mõõdistamis- ja nivelleerimisandmetest arvutatud geomeetrilist geoidi Eestis kehtiva geoidi mudeliga (gravimeetria põhine sobitatud mudel), et tuvastada nii täpsust kui ka süstemaatilist nihet.</p> <p>Lähteandmetena on kasutatud Tartu linna kohaliku võrgu 1. järgu punkte (29), riigi geodeetilise võrgu II klassi punkti Lemmatsi97, Tartu lähedasi tihendusvõrgu punkte (6), kuna neil on kõige täpsem geodeetiline kõrgus. Samadele punktidele on määratud ka normaalkõrgus kas geomeetrilise- või trigonomeetrilise nivelleerimisega, ning analüüs mõlemale meetodile on tehtud eraldi.</p> <p>Töö käigus selgus täpseimate punktide (14) põhjal, et mudelis EST-GEOID2017 on Tartu linna kohal minimaalne süstemaatiline nihe (1,3 mm), keskmine ruutviga tuli 5,1 mm. Sama nihet analüüsiti ka trigonomeetriliselt nivelleeritud punktide (20) abil ja saadi tulemuseks 3,5 mm, keskmine ruutviga tuli 8,8 mm. Tulemustest näeme, et Tartu linnas pole vajalik süstemaatilist nihet rakendada, samas saame väita, et geoidi täpsus Tartus on väga hea ja sarnaneb üleriiklikult deklareerituga (5 mm).</p>			
Märksõnad: geoidi täpsus, geodeetilised põhivõrgud, RTK mõõtmine.			

Estonian University of Life Sciences Kreutzwaldi 1, Tartu 51014		Abstract of Masters's Thesis	
Author: Daiva Soodla		Specialty: Geodesy and Land Management	
Title: Accuracy of the model EST-GEOID2017 in area of Tartu			
Pages: 58	Figures: 13	Tables: 15	Appendixes: 0
Chair:		Geomatics	
Field of research and (CERC S) code:		4. Natural Sciences and Engineering, Geodesy (P515)	
Supervisor:		Harli Jürgenson	
Place and date:		Tartu, 2019	
<p>The aim of this paper is to examine the accuracy of the EST-GEOID2017 geoid model in Tartu, Estonia. GNSS levelling combined with geoid model has become a widely used method for land surveying. GNSS – levelling gives us an elevation measurement from the mathematical ellipsoid of the earth. To convert the ellipsoidal heights to normal heights, a geoid model is essential. The main factors, that support the use of GNSS-levelling, is the fact that it is faster, cheaper and easy to use than usual levelling.</p> <p>After the transition to the European Vertical Reference System on 1st January 2018, a new system EH2000 of normal heights was declared. Therefore, since 2018, Estonia is using a new and more precise geoid model named EST-GEOID2017.</p> <p>The method used in this paper is to compare geometrical geoid heights against model EST-GEOID2017 (this is gravity based and fitted model), to detect the accuracy and systematical deviation.</p> <p>I order points from Tartu local geodetic network, II order point from state networks called as Lemmatsi97 and some points from densification network have been used for the evaluation process. A normal height determined to these points comes from geometric levelling or trigonometrical levelling and is analyzed separately.</p> <p>As a result, this thesis detects a systematical shift of only 1,3 mm on model Est-Geoid2017 and mean squared error of 5,1 mm on the research points (based to 14 most accurate points). This deviation was analyzed with 20 points by trigonometric levelling too and the results were 3,5 mm systematical deviation and 8,8 mm mean squared error. On this basis, we conclude that EST-GEOID2017 is within the declared accuracy of 5 mm in Tartu. Therefore there is no need for accounting the systematical error in GNSS levelling.</p>			
Keywords: geoid accuracy, geodetic networks, RTK survey			

# SISUKORD

SISSEJUHATUS .....	6
1. KIRJANDUSE ÜLEVAADE .....	9
1.1. Geoidi täpsuse uuringud mujal maailmas .....	9
1.2. Eesti globaalsed ja geodeetilised võrgud .....	9
1.2.1. Geodeetilise võrgu olemus .....	9
1.2.2. Globaalne geodeetiline võrk .....	10
1.2.3. Kohalik geodeetiline võrk .....	11
1.3. Eesti kõrgusvõrgu rekonstrueerimine läbi aegade .....	12
1.4. Eesti kõrgusvõrgu rekonstrueerimine 2001-2016 .....	12
1.4.1. Kõrgussüsteem EH2000 .....	13
1.4.2. Kõrguslik seos BK77 ja EH2000 vahel .....	14
1.4.3. Kohalike asulate kõrgusvõrkude rekonstrueerimine .....	15
1.5. Geoid .....	16
1.6. Geoidi mudelid Eestis .....	17
1.7. Mudelpind EST-GEOID2017 .....	20
1.8. Geomeetiline ja trigonomeetiline nivelleerimine .....	22
2. MEETOD JA MATERJALID .....	24
2.1. Geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsuse hindamise meetod .....	24
2.2. Kirjakooste tarkvara .....	24
2.3. Mudeli EST-GEOID2017 täpsuse hindamiseks vajalike punktide kogumine ja analüüs .....	25
2.3.1. Lemmatsi97 II klassi punkt .....	25
2.3.2. Tihendusvõrgu punktid uue EH2000 normaalkõrgusega .....	28
2.3.3. Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu punktid uue II klassi nivelleerimisega aastatel 2017-2018 .....	30
2.3.4. Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu punktid, mille normaalkõrgus pärineb trigonomeetrisest nivelleerimisest .....	32

3. TULEMUSED JA ANALÜÜS .....	37
3.1. Nivelleeritud ja transformeeritud andmete võrdlus mõnedel Tartu geodeetilise võrgu 1. järgu punktidel.....	37
3.2. Mudeli EST-GEOID2017 täpsuse hindamine geodeetilise ja normaalkõrguse vahe abil, statistilised suurused .....	38
3.3. Mudeli EST-GEOID2017 võrdlemine 1. järgu, tihendusvõrgu ja riigi geodeetilise põhivõrgu II klassi punktidel (geomeetriline nivelleerimine) .....	39
3.4. Mudeli EST-GEOID2017 võrdlemine normaal ja geodeetilise kõrguse vahega 1. järgu punktidel (trigonomeetriline nivelleerimine).....	45
ARUTELU .....	50
KOKKUVÕTE .....	52
VIITED .....	55
Lihtlitsents lõputöö salvestamiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks ning juhendaja kinnitus lõputöö kaitsmisele lubamise kohta.....	58

## SISSEJUHATUS

GPS kasutamine geodeetilistes töödes on järjest laienenud. Kuna RTK mõõdistamise täpsus on järjest kasvanud seoses satelliitide kvaliteedi suurenemisega ja suurema arvukusega. Seega satelliitide rakenduste arv on samuti suurenenud. Samas on vajalik arvutada RTK mõõtmistest saadud geodeetilised kõrgused ümber normaalkõrgusteks. Selleks on seadusandlus kehtestanud mudeli EST-GEOID2017, mille täpsuseks on deklareeritud lausa 5 mm. Just taoline täpsus võimaldab RTK mõõdistamist kasutada üha enamates geodeetilistes rakendustes. Samas on teada, et see täpsushinnang on antud keskmise ruutveana üle-Eestilistes testides. Kuna tööde aktiivsus on just suuremates linnades, siis on analüüsimate, kas deklareeritud täpsus kehtib ka konkreetse linna kohta. Kui oleks teada süstemaatiline nihe, võiks seda kõrguste transformatsioonis ka arvestada.

Käesolev töö analüüsib geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsust Tartu linna piires. RTK meetodil mõõdistamisel saame kõrguse ellipsoidilt, mille arvutamine normaalkõrguseks peab tänapäeval toimuma reaalajas lausa juhtarvutis välitöö käigus. Arvestades asjaolu, et RTK meetodil mõõtmine on tunduvalt soodsam ja kiirem kui nivelleerimine, siis on täpne geoidi mudel tänapäeval väga aktuaalne.

EUREF-EST97 ellipsoidaalset kõrgust peame parandama ametlikult kehtiva geoidi mudeliga, et saada EH2000 kõrgused. Mudelit EST-GEOID2017 hakkasime kasutama 1. jaanuaril 2018. aastal. Uue geoidi mudeli eesmärk on lisaks kohalikule huvile lihtsustada ka piiriüleseid projekte, mis sai päevakohaseks ühisele kõrgussüsteemile üleminekul, mille realisatsioon Eestis on EH2000.

Töö eesmärgiks on hinnata Eesti geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsust ja süstemaatilist nihet Tartu linnas. Töö hüpoteesiks on oletus, et Eesti geoidi mudelis leidub süstemaatiline nihe Tartu linna kohal. Seda saab oletada, kuna mudel EST-GEOID2017 on optimeeritud tervele Eesti riigile, mitte konkreetselt suurematele linnadele nagu Tartu. Mudeli optimeerimiseks on kasutatud enamasti üleriigilisi reepereid, millest Tartu lähedal asub vaid üks. Juhul kui Tartu linnas esineb geoidi mudelis süstemaatiline nihe, siis saavad geodeedid seda rakendada ning parandada enda tulemusi.

Hüpotees leidis kinnitust varasema geoidi mudeli osas ka töö autori bakalaureuse töö uuringus. Vahepeal on geoidi mudel uuenenud ja muutunud on ka kõrgussüsteem. Siiski võib oletada sama probleemi ka uue kõrgussüsteemi puhul. Kui süstemaatiline nihe peaks olema reaalsus, on seda väga mõttekas rakendada. Uurimisülesanded eesmärgi saavutamiseks on järgmised:

1. Leida võimalikult täpsed punktid mõõdetud normaal- ja geodeetilise kõrgusega. Neid saab leida riikliku geodeetilise võrgu II klassi, tihendusvõrgu ja Tartu kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu punktide hulgast.
2. Võrrelda geoidi kõrgust mõõtmistulemustest (nn geomeetrisest geoidist) kõrgustega mudelist EST-GEOID2017.
3. Analüüsida mudeli EST-GEOID2017 süstemaatilist nihet.

Töös antakse ülevaade ka Eesti geodeetilisest süsteemist ja Tartu kohaliku võrgu mõõtmisest.

Analüüsitud on riigi II klassi geodeetilise põhivõrgu punkti Lemmatsi97, tihendusvõrgu punkte ja kohaliku võrgu 1. järgu punkte ning seda sõltuvalt nivelleerimise täpsusest. Punktid jagunevad põhiliselt kahte täpsuskategooriasse: I ja II klassi nivelleerimisega punktid aastast 2018 ja trigonomeetrisel nivelleerimisega punktid. Uuringu jaoks on kogutud ja analüüsitud 36 1. järgu punkti, 9 tihendusvõrgu punkti ja Lemmatsi97, seega kokku 46 punkti. Punktide kõrgusväärtusi on analüüsitud ja selle tulemusel selgus, et lõplikesse täpsusarvutustesse saab lülitada 14 punkti usaldusväärse geomeetrisel nivelleerimisega (1. järk, tihendusvõrk ja Lemmatsi97) ja 20 1. järgu punkti trigonomeetrisel nivelleerimisega.

Töös on transformeeritud mitme BK77 kõrgusega 1. järgu punkti normaalkõrgus EH2000 süsteemi, kasutades Maa-ameti kõrguste transformeerimise kalkulaatorit. Viimane kasutab transformeerimise parameetreid, mis on saadud ühiste punktide analüüsist. Tulemusi on võrreldud väärtusega, mis on saadud Tartu kõrgusvõrgu rekonstrueerimise käigus. Seda on tehtud ka selleks, et selgitada suuremate vigade põhjusi ja hinnata tsentrite vajumist.

Tänuõnad Harli Jürgensonile lõputöö juhendamise eest. Lisaks tänab autor Metricus OÜ-st Mart Härmi asjakohaste soovitude eest ning Maa-ameti geodeesia osakonna nõunikku Priit Pihlak'tu. Samuti Maa-ametid kelle geodeetilise punktide andmebaasi kättesaadavus omas

asendamatut tähtsust. Abiks olid Keskkonnaobservatooriumi projekti Geomaatika osast soetatud tehnika.



# **1. KIRJANDUSE ÜLEVAADE**

## **1.1. Geoidi täpsuse uuringud mujal maailmas**

Geoidi täpsust on uuritud maailmas väga laialdaselt, nii riikide ulatuses kui linnades. Kõige tavalisem on siiski üleriigiline analüüs. Kuid ka kohalikes, väiksemates piirkondades on geoidi uuringud olulised, kuna just seal toimub aktiivsem ehitustegevus. Vaadates artikleid Google Scholar vahendusel, hakkab silma et teema on aktuaalne üle maailma ja artikleid kümneid kui mitte sadu. Näiteks Jaapanis on vaadeldud geoidi täpsust Guangzhou linnas (Guang Y. jt 2007). Teine artikkel käsitleb tulemusi Wuxi linna piirkonnas (Jian-Cheng L. jt 2005). Hakkab silma, et täpsuse hindamise meetod on üldiselt sama, kehtivaid geoide võrreldakse geodeetilise ja normaalkõrguse vahel, mida kutsutakse ka geomeetriliseks geoidiks. Samas on järkevalt kirjeldatud siiski rohkem kohalikke olusid, kuna igas riigis on küllaltki eripärane geodeetiliste võrkude saamislugu.

## **1.2. Eesti globaalsed ja geodeetilised võrgud**

### **1.2.1. Geodeetilise võrgu olemus**

Geodeesia üheks olulisemaks eesmärgiks on rajada ühtne geodeetiline võrk (Randjärv 2002). Maastikul kindlustatud ja ühtses koordinaatide süsteemis olevat geodeetiliste punktide kogumit nimetatakse geodeetiliseks võrguks. Geodeetilisest võrgust lähtutakse nii geodeetilisel mõõtmisel kui ka topograafilisel mõõdistamisel (Randjärv 1997). Geodeetilise võrgu rajamisel määratakse nõuetekohaselt kindlustatud punktidele kindla kava järgi ühtses süsteemis nii koordinaadid kui ka kõrgused (Randjärv 2002). Eristatakse kahte geodeetilist võrku: plaanilist ehk horisontaalset ja kõrguselist ehk vertikaalset. Plaanilise geodeetilise võrgu puhul määratakse punkti asukoht rist- (kaardiprojektsiooni tasand  $x$  ja  $y$ ) või geodeetiliste koordinaatidega (referentsellipsoid tasandil  $L$  ja  $B$ ). Kõrgusliku võrgu puhul aga absoluutsete (geoidi suhtes  $H$ ) ning geodeetiliste kõrgustega (ellipsoidi suhtes  $h$ ) (Randjärv 1997).

Geodeetilise võrgu rajamisel jälgitakse hierarhiat, et alguses määratakse hõredam võrk, mis omab suuremat täpsust ning seejärel hakatakse seda võrku tihendama väiksema täpsusega mõõdetud punktide võrguga. Sellest lähtudes jagunevad geodeetilised võrgud tänapäeval: globaalne ehk ülemaailmne võrk, maailmajagude või riikide grupi võrgud ja üksikute riikide geodeetilised võrgud (Randjärv 2002). Eesti geodeetiline võrk jaguneb järgmiselt: riiklik geodeetiline põhivõrk, geodeetiline tihendusvõrk ja geodeetiline mõõdistamise võrk (Randjärv 1997).

### **1.2.2. Globaalne geodeetiline võrk**

Globaalne geodeetiline võrk on rajatud ruumilise võrguna kasutades VLBI (*Very-long-baseline interferometry*, ehk väga pika baasjoonega interferomeetria) ja satelliitgeodeesia meetodeid (Malkin 2008). Globaalse geodeetilise võrgu kasutusvaldkonna hulka kuuluvad kõrgema geodeesia ja teaduslike probleemide, astronoomia ning teiste teaduste ülesannete lahendamiseks. Alates aastast 1987 on teada, et globaalse geodeetilise võrgu geotsentrilised koordinaadid on 1-3 cm täpsusega (Randjärv 2002).

Esimene referentsüsteem, mis hõlmas kogu Euroopat oli ED50 (*European datum 1950*). Antud referentssüsteemi täpsuseks hinnati ligi meeter. Selleks, et ED50 oleks täpsem siis täpsustati antud referentsüsteemi parameetrid ning selle käigus saadi uus referentssüsteem ED79. Kuna paljud Euroopa riigid kaalusid oma riikliku geodeetilise võrgu sidumist, siis tuli referentssüsteemi täpsust veelgi tõsta, kuna võrkude rajamise täpsus oli selleks hetkeks tunduvalt suurenenud. Seega võeti aastal 1990 kasutusele uus referentsüsteem ETRS89 (*European Terrestrial Reference System 1989*). Selle töö käigus saadi ka uus Euroopa koordinaadistik EUREF89. Samal ajal Balti riikides viidi läbi aastatel 1990-1993 EUREF kampaania, mille käigus laiendati varasemalt loodud ETRS89 (*European Terrestrial Reference System*) süsteemi GPS-mõõdistamise meetodiga ka Balti riikidesse. Antud töö käigus mõõdeti Balti riikides 12 uut GPS 0-võrgu punkti ning selle tulemusena ühendati Eesti geodeetiline põhivõrk Euroopa koordinaadistikuga EUREF89 (Randjärv 2002).

### 1.2.3. Kohalik geodeetiline võrk

Kohalik geodeetiline võrk toetub riigi geodeetilise põhivõrgu ja geodeetilise tihendusvõrgu punktidele (Randjärv 1997). Kohaliku geodeetilise võrgu rajamisel võib kasutada erinevaid mõõdistamise meetodeid nagu näiteks GPS-mõõtmisi, polügonomeetrisi käike, analüütilisi võrke ja lõikeid. Üldjuhul määratakse kohalikule geodeetilisele kõrgusvõrgule kõrgused III klassi nivelleerimisega ja antud kõrgusvõrgu punktide asendiline keskmine ruutviga ei tohiks ületada  $\pm 2$  cm, nii üksteise kui ka kõrgema geodeetilise võrgu suhtes (Randjärv 2002).

Riiklik geodeetiline võrk jaguneb omakorda hierarhilise ülesehituse poolest I ja II klassi võrguks ja tihendusvõrguks. Seega Eestis on ETRS89 realisatsiooniks riikliku geodeetilise võrgu I klassi punktid, mida omakorda tihendavad riikliku geodeetilise võrgu II klassi ja tihendusvõrgu punktid (Riigi Teataja 2011).

Geodeetiline tihendusvõrgu punktid on riikliku geodeetilise võrgu I ja II klassi punktide tihendamiseks. Tihendusvõrgu punkte kasutatakse linnade ja asulate geodeetiliste võrkude rajamisel lähtepunktidenä (Randjärv 2002).

Kohaliku geodeetilise võrgu punktid koos kõrgemate geodeetiliste punktidega on lähtepunktideks aga geodeetilisele mõõdistamise võrgule (Randjärv 1997). Geodeetilist mõõdistamisvõrku kasutatakse erinevates geodeesia tegevusvaldkondades nagu katastrimõõdistamise tugipunktide või ehitusgeodeeas projektide märkimisvõrkude rajamine. (Randjärv 2002). Kohalik geodeetiline võrk jaguneb omakorda hierarhilise ehituse poolest 1., 2. ja 3. järgu punktideks. Kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu punkte tihendatakse vastavalt vajadusele 2. järgu punktidega. Kohaliku geodeetilise võrgu 3. järgu punktid on L-Est97 koordinaatide süsteemi teisaldatud geodeetilise võrgu punktid (Riigi Teataja 2011). 2. järk saab oma kõrguse tavaliselt trigonomeetrisest nivelleerimisest polügonomeetria käigus, täpsemad juhised on Maa-ameti poolt välja töötatud. 1. järgu punktide kõrguslik täpsus on  $\pm 1$  cm. (Maa-amet 2018).

### 1.3. Eesti kõrgusvõrgu rekonstrueerimine läbi aegade

Kõige varasemad nivelleerimistööd teostati juba 19.sajandi teises pooles, kui rajati Põhja-Eestit ja Liivimaad kattev nivelleerimisvõrk (Kollo K. jt 2017). 1949. aastaks oli rajatud kogu Eesti territooriumi kattev kõrgtäpne triangulatsioonivõrk. Rajatud triangulatsioonivõrku tihendati aastast 1932 lisaks ka 1. ja 2. järgu polügonomeetriliste käikudega (Randjärv 1997). Kogu Eestit kattev kõrgusvõrk rajati aastail 1933-1943 Balti Geodeesia komisjoni eestvedamisel. Kõrgtäpsete ja täpsete nivelleerimiskäikude süsteemi moodustas mandril 6 polügooni ja lisaks ka üks Saaremaal. Kokku rajati 1770 km kõrgtäpse ja 340 km täpse nivelleerimise käike (Kollo K. jt 2017).

Nõukogude Liidu perioodil teostati kõrgtäpsed nivelleerimised aastatel 1948-1969 ning 1970-1996 (Kollo K. jt 2017). Aastal 1991, mil Eesti taasiseseisvus oli esimeseks suuremaks tööks I klassi geodeetise põhivõrgu rekonstrueerimine GPS-mõõdistusmeetodiga. Lisaks oli ka eesmärk luua ühine koordinaatide süsteem kogu Eesti riigi ulatuses. Kuna Eesti põhivõrk oli esialgselt tasandamisel seotud vaid ühe rahvusvahelise punktiga, siis võeti aastal 1992 vastu otsus rajada kolme Balti riigi peale ühine põhivõrk. Mõõtmised toimusid 13 määrataval ja 9 sidejaamas üheaegselt (Randjärv 1997).

Aastatel 1992-1995 jätkati geodeetilise tihendusvõrgu rajamisega GPS-mõõdistamise meetodiga (Randjärv 1997). Seejärel valmistati ette uueks kõrgtäpseks nivelleerimiseks, mis algas juba aastatel 1996-2001 ning lõppesid 2016. aastal (Kollo K. jt 2017).

### 1.4. Eesti kõrgusvõrgu rekonstrueerimine 2001-2016

Aastaks 2000 47% kõikidest riiklikest mõõtepunktidest olid hävinenud või kasutuskõlbmatud. Aastatel 2003-2016 renoveeritud kõrgtäpne kõrgusvõrk koosneb 3144-st mõõtepunktist ja mõõtekäigu kogupikkuseks 4238 kilomeetrit (Tabel 1). Sealhulgas on 131 maa-alust I ja II klassi geodeetilist punkti (Ellmann A. jt 2019).

**Tabel 1.** Nivelleerimiskäikude andmed

Rekonstrueeritud nivelleerimiskäigud	
Üldpikkus	4238 km
Kõrgusmärkide vaheline vahemaa	1,4 km
Reeperid	3144 tk

Riikliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimist alustas AS Planserk Maa-ameti tellimusel (Kollo K. jt 2017). Rekonstrueerimisel rajati käigud süsteemina, millest 15 polügooni asuvad mandril ja 2 saartel. Lisaks rajati täiendavad polügoonid Eesti mandri äärealale (Maa-amet 2017).

Nivelleerimiskäigud on mõõdetud vastavalt I klassi mõõtmismetoodika nõuete kohaselt see tähendab, et kõik nivelleerimiskäigud on mõõdetud nii edasi- kui ka tagasisuunas ning rippuvad käigud nivelleeriti kaks korda edasi- ja tagasisuunas. Lisaks jälgiti instrumentide ning lattide valikul, kontrollimisel ja keskkonnaga kohanemisel I klassi nivelleerimise nõudeid (Maa-amet 2017).

Eesti kõrgusvõrk ühendati Läti kõrgusvõrguga neljas kohas Ikla, Möisaküla, Valga ja Vastse-Roosa. Selleks kasutati I klassi nivelleerimise metoodikat ja tööd tegid mõlema riigi geodeedid samaaegselt. Lisaks kanti kõrgused üle Lääne-Eesti saartele aastatel 2010-2011. Selleks kasutati Tallinna Tehnikaülikooli Meresüsteemide Instituudi (MSI) paigaldatud automaatjaamu (Maa-amet 2017).

Eesti kõrgusvõrku on tasandatud kahes etapis. Esimene etapp nägi ette Euroopa ühendatud kõrgusvõrgu tasandust. Sellest sai lähtekõrgus Eesti kõrgusvõrgu tasandamiseks. Peale esimest etappi hinnati Eesti keskmiseks täpsuseks  $\pm 0.228 \text{ kGal} \cdot \text{mm}/\sqrt{\text{km}}$  ja kõrguste keskmiseks täpsuseks  $\pm 13.9 \text{ mm}$ . Teine etapp nägi ette ühe lähtepunkti fikseerimist, milleks sai Põltsamaa fundamentaalreeper. Antud tasanduse viis annab Eesti ja naaberriikide parima kõrgusvõrkude kokku sobivuse (Maa-amet 2017).

Ka Tartust läks kõrgusvõrk läbi aastal 2007, selle töö käigus nivelleeriti ka II klassi punkt Lemmatsi97 ja tihendusvõrgu punkt Vahi 19934. Ühelegi Tartu 1. järgu punktidele kõrgusi otseselt ei nivelleeritud (Planserk 2016), kuigi riigi kõrgusvõrgu reeperid Tartu linna jäi päris palju. Hiljem jäid need riigivõrgu reeperid aluseks kohaliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimisele, mis leidis aset aastal 2017-2018 (Planserk 2018).

#### **1.4.1. Kõrgussüsteem EH2000**

Alates 01.01.2018 kehtiva muudatuse kohaselt on uueks Eesti kõrgussüsteemiks Euroopa Vertikaalne Referentssüsteem (EVRS). Kinemaatilise referentsüsteemi EVRS lähtenivoo on erinevalt varasema Kroonlinna nulli asemel määratletud Amsterdamis asuva NAP-i (*Normal*

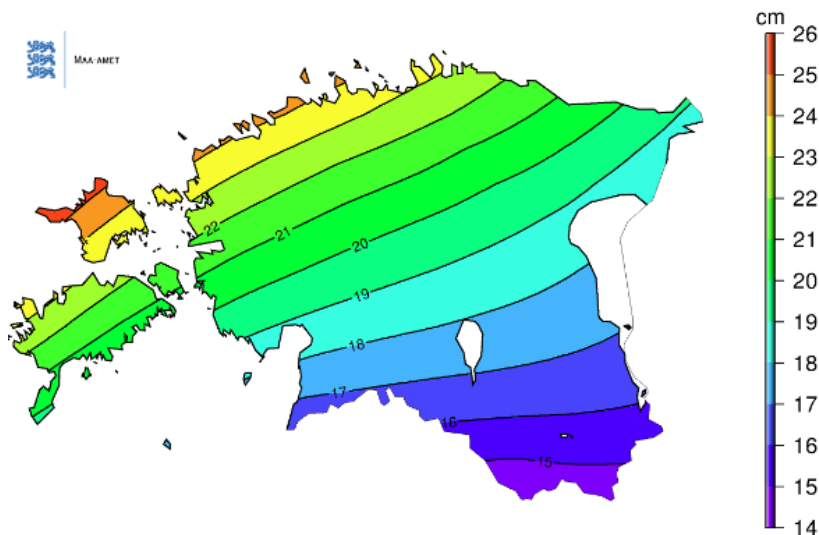
*Amsterdam Peel*) järgi (Tamme 2017). Seega kehtib Eestis uus kõrgussüsteem EH2000 (*Estonian Heights 2000*). Eesmärgiga arvutada kõrgusi Kroonlinna nulli asemel Amsterdami nulli järgi, nagu ülejäänud Euroopa (Metsar J. jt 2018). Euroopa kõrgussüsteemi lähtenivoo on arvestatud veetaseme keskmise väärtusega, mis mõõdeti Amsterdavis ajavahemikul 1. september 1683 kuni 1. september 1684 (Maa-amet 2017). Selline kõrgussüsteemi nullpunkti vahetus toob endaga kaasa ka uue geoidi mudeli vajaduse (Ellmann A. jt 2019).

Asjakohased muudatused kõrgussüsteemis on tingitud sellest, et hetkel kehtiv kõrgussüsteem Balti 1977 (edaspidi BK77) on aegunud ja selles on kasutatud maakera ebatäpseid füüsilisi parameetreid. Praeguse kõrgussüsteemi BK77 kõrgusvõrgu ebatäpsus tuleneb jääaja järgsest maapinna tõusust. Uue kõrgussüsteemi vastuvõtmine oli oluline, kuna see lihtsustab ja hoiab kokku kulutused rahvusvahelistel projekteerimis- ja ehitustöödel (Tamme 2017).

Varasemalt kahe kõrgussüsteemi asemel ühe kõrgussüsteemi kasutamine vähendab oluliselt majandusliku riski tegurit, kuna kaovad suured arusaamatused, mis tekkisid kahe erineva kõrgussüsteemi kasutamisel. Nüüd on Euroopa Liidu liikmesriikide vaheline ruumiandmete töötlemine ja vahetamine oluliselt kiirem ja lihtsam (Maa-amet 2017). Lisaks sellele saab alates 01.01.2018 esitada Läänemere sügavusi merekaartidel ühes süsteemis (Tamme 2017). See mängib olulist rolli aga veesõidukite sisenemisel Eesti sadamasse. Kuna enamus Läänemere-äärsed Euroopa Liidu liikmesriigid on üle läinud uuele kõrgussüsteemile, seega merenavigatsioonikaardid ja sadamate laevateede andmed on nüüd esitatud ühtses kõrguste süsteemis (Maa-amet 2017).

#### **1.4.2. Kõrguslik seos BK77 ja EH2000 vahel**

BK77 kõrguste ja EH2000 kõrguste omavahelised üleminekuparameetrid arvutati mudelpinnana ühiste punktide põhjal. Selleks kasutati 68 reeperit (Kollo K. jt 2017). Mudelpind võimaldab teha arvutusi BK77 kõrgustest EH2000 kõrgusteks ja vastupidi (Maa-amet 2017). Kõrgussüsteemide omavaheline kõrgus erineb olenevalt asukohast 15-24 cm. Suuremad erinevused esinevad Põhja- ja Loode-Eestis ning väiksemad erinevused esinevad Lõuna- ja Kagu-Eestis.



**Joonis 1.** Kõrguslik seos BK77 ja EH2000 vahel, ühikuks sentimeeter (Maa-amet 2017).

Praeguse Eesti kõrgusvõrgu transformeerimise viga ei ületa 5 mm, mis teeb Eesti kõrgusvõrgust hea kontrollvahendi geoidi mudeli täpsuse kontrollimiseks (Ellmann A. jt 2019). Üle Eestiliste parameetrite erinevus on suuresti tingitud jääajajärgse maapinna tõusust või langusest. (Maa-amet 2017).

#### 1.4.3. Kohalike asulate kõrgusvõrkude rekonstrueerimine

Koos riikliku kõrgusvõrguga on aastast 2001 rekonstrueeritud järk-järgult ka kohalikke kõrgusvõrke. Kohaliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimisel lähtuti kõrgusvõrgu rekonstrueerimise ja nivelleerimise juhendist, mis on kinnitatud Maa-ameti peadirektori käskkirjaga 21. juuni 2006. nr 286 (Maa-amet 2006) (Kallo K. jt 2017).

Tartu kohaliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimise viis läbi AS Planserk aastatel 2017-2018. Mõõtmisel osalesid ka OÜ Metricus, OÜ REIB ja OÜ Kobras. Kõrgusvõrgu rekonstrueerimise käigus mõõdeti 107 käiku kogupikkusega 116,5 km ning kokku moodustavad käigud 37 polügooni. Kokku oli kaasatud 365 geodeetilist punkti. Nivelleerimistöödeks kasutati invar-koodlatte NEDO (pikkusega 3 LD 13, 2 LD 12 ja 1 meetrit LD 11) ja digitaalnivelliiri Trimble DiNi 12, mille andmed on välja toodud tabelis 2 (Planserk 2018).

**Tabel 2.** Nivelliiri Trimble DiNi 12 tehniline spetsifikatsioon (Planserk 2018)

<b>Täpsus</b>	
kõrguskasvud, mõõtmise edasi-tagasi suunas 1 km	$\pm 0.3 \text{ mm}$
vahemaade mõõtmine, viseerimiskaugus 20 m	$\pm 20 \text{ mm}$
<b>Väikseim ühik</b>	
kõrguskasvud	$0.01 \text{ mm}$
vahemaad	$1 \text{ mm}$
<b>Pikksilma suurendus</b>	<b>32x</b>
<b>Kompensaatori horisonteerimis täpsus</b>	$\pm 0.2''$
<b>Vajalik maksimaalne lati kujutise pikkus</b>	$\leq 30 \text{ cm}$

Mõõdistamise meetodikaks oli edasi-tagasi suunas II klassi nivelleerimine lähtudes ülaltoodud kõrgusvõrgu rekonstrueerimise ja nivelleerimise juhendist (Maa-amet 2006). Juhendi kohaselt hoiti nivelleerimislätte ja nivelliiri välistemperatuuriga kohanemiseks nii, et ühekraadne erinevus instrumendi ja välistemperatuuri vahel vastab ajaliselt kahele minutile. Lisaks kontrolliti enne igat mõõdistamise päeva nivelliiri viseerimiskiire ja horisontaalpinna vahelist nurka ning nivelliiri ja nivelleerimislattide ümarvesiloo. Tartu kõrgusvõrgu täpsuseks saadi  $\eta = 0.20 \text{ mm} \sqrt{\text{km}}$  ja  $\sigma = 0.09 \text{ mm/km}$ . Tartu kõrgusvõrgu vaba võrgu tasandusest hinnatuna saadi juhuslike ja süstemaatiliste vigade koosmõjuks  $0.208 \text{ mm} \sqrt{\text{km}}$  (Planserk 2018). Käesolev rekonstrueerimine oli aluseks enamustele normaalkõrgustele, mida on kasutatud käesolevas uurimustöös.

## 1.5. Geoid

Saksa matemaatik ja füüsik J. B. Listing (1808-1882) võttis aastal 1872 kasutusele termini „geoid“. (Randjärv 1997) Geoidiks nimetatakse nivoopinda, mis langeb kokku „häirimata“ maailmamere pinnaga (Jürgenson 2015). Geoid (kr ge „maa“ ja *eidos* „kuju, välimus“) on kujutletav keha, mille pind on kõikjal loodjoontega risti (Randjärv 1997). Kuigi geoid ühtib maailmamerepinnaga tema rahulikus olekus, siis tegelikult jätkub geoid ka maakoore sees (Jürgenson 2011). Kuna maas olevad massid paiknevad sisemuses ebaühtlaselt, siis on ka loodjoonte suunad ebaühtlased, kuna geoidi mõjutavad erinevad massid maakoore



(Chapman 1979). Ka maa pöörlemine ja ebaühtlane maakoore tingib geoidi pinna ebaühtluse (Märdla 2017). Geoid võib erineda ühtlasest merepinnast  $\pm 70$  m, kuna teda mõjutavad erinevad massid nii maakoore sees kui ka kohal (Jürgenson 2011).

Geodeesia teaduse eesmärk on Maa kui planeedi ja selle tegeliku kuju ja suuruse määramist. Sealjuures kasutades mõõdistamise meetodikaid, mõõdistamise tulemuste matemaatilist töötlemist ja maapinna osade kujutamist plaanina, kaardina või profiilidena. (Randjärv 1997) Tänapäeval on võimalik GPS mõõdistamisega saada väga täpsed asukoha koordinaadid vaid mõne sekundiga. Täpsus on veelgi usaldusväärsem, kui rakendatakse geodeetiline mõõdistamise meetod (näiteks staatiline mõõtmine), mille täpsus võib olla isegi alla 1 cm. GPS mõõtmisega saadakse maapinna kõrgused matemaatilise ellipsoidi suhtes, mitte merepinnast (Ellmann 2004). Kuna enamus olukordades vajame siiski kõrgust merepinnast, seega selleks on välja töötatud geoidi mudel, mis lihtsustab ellipsidaalsete kõrguste ümberarvutamist normaalkõrgusteks (Ellmann 2004).

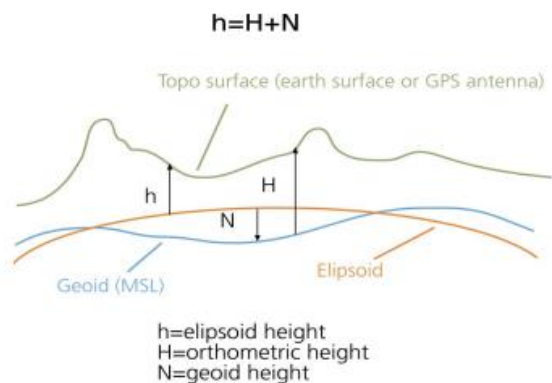
## **1.6. Geoidi mudelid Eestis**

Paljud riigid kaaluvad gravitatsioonipõhist kõrgussüsteemi rakendamist, mis asendaks töömahuka geodeetilise nivelleerimise. Selline üleriigiline geoidi mudel võimaldaks ja laiendaks GNSS mõõdistuse tehnoloogiat. Geoidi põhine vertikaalne nullpunkt on juba praegu kasutusele võetud Kanadas ja USA on võtnud samuti sihi selle suunas. Kuna GNSS mõõdistus võimaldab kõrgust määrata sentimeetri täpsusega, peab selle jaoks olema ka vastava täpsusega geoidi mudel (Ellmann A. jt 2019).

1990.aastast on Eestis seoses GPS-mõõtmise kasutusele võtmisega saanud aktuaalseks geoidi mudeli kasutamine täppisgeoidi leidmiseks. Kuna siis polnud veel väljatöötatud tarkvara, mis võimaldaks geomeetrilise nivelleerimise tehnika asendada kõrguste määramisega GPS-meetodil (Jürgenson 2012).

Referentssüsteemidele toetudes arvutab geoidi mudel geoidi pindala Eesti alal. Geoidi mudel võimaldab kuluka ja aeganõudva geomeetrilise nivelleerimise mõõdistamise viisi asendada kiire ja odavama GPS-meetodil kõrguste määramisega. Geoidi mudeli abil on võimalik arvutada GPS-meetodil mõõdetud geodeetilised kõrgused normaalkõrgusteks (Joonis 2) (Jürgenson 2012). Arvestada tuleks aga, et gravimeetrilise andmestiku kvaliteet mõjutab

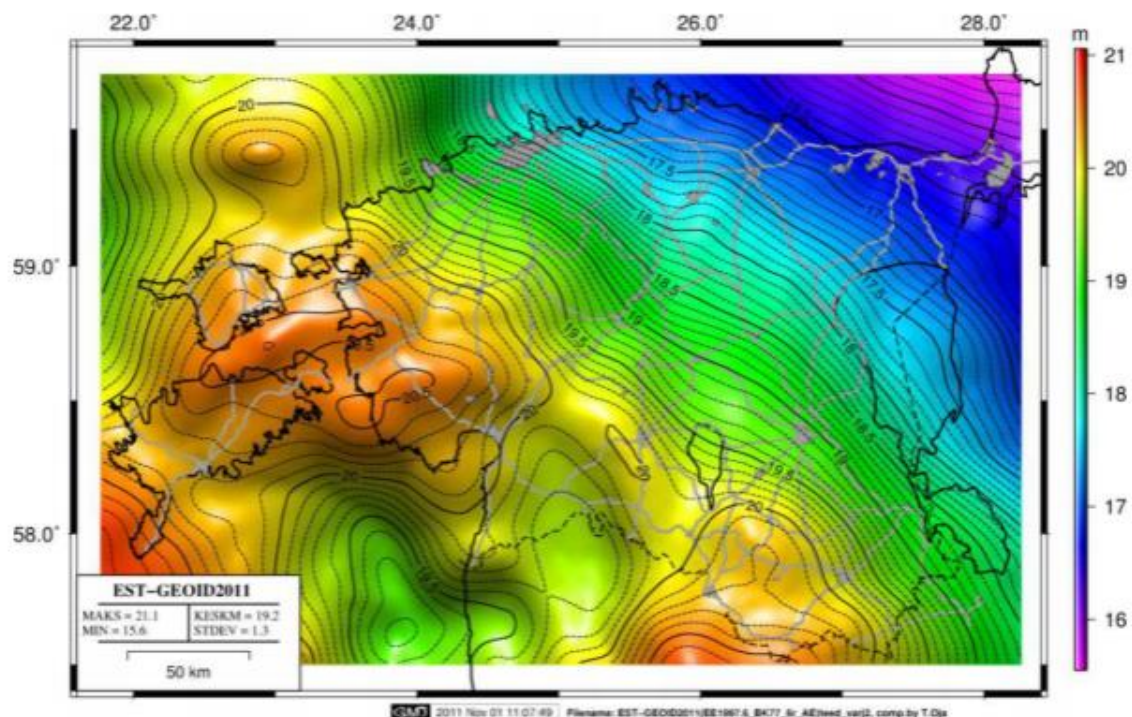
geoidi täpsust väga otseselt. Väiksed, aga süstemaatilised vead võivad põhjustada suuri takistusi geoidi modelleerimisel. Igasugused süstemaatilised ja üldised vead tuleb andmestikust eemaldada. Andmete käsitlemine, mis on kogutud aastakümnete jooksul erinevate meetodite ja vahenditega erinevatest riikidest nõuab andmestiku hoolikat töötlust enne geoidi mudeli arvutamist (Ellmann A. jt 2019).



**Joonis 2.** Ellipsoidi ja Maa tegeliku kuju ehk geoidi erinevused N ning kõrgused reljeefi pinnani (Jürgenson 2003).

Esimene Eesti geoidi mudel EST-GEOID2003 valmis Harli Jürgnsoni doktoritöö raames, mis võeti Eestis ametlikult kasutusele aastal 2004. Eesti geodeesia vajab mudelit, kuna GPS-mõõdistus kasutab WGS-84 koordinaatsüsteemi ning nivelleerimistööd on üldiselt kallid ja väga töömahukad (Jürgenson 2003).

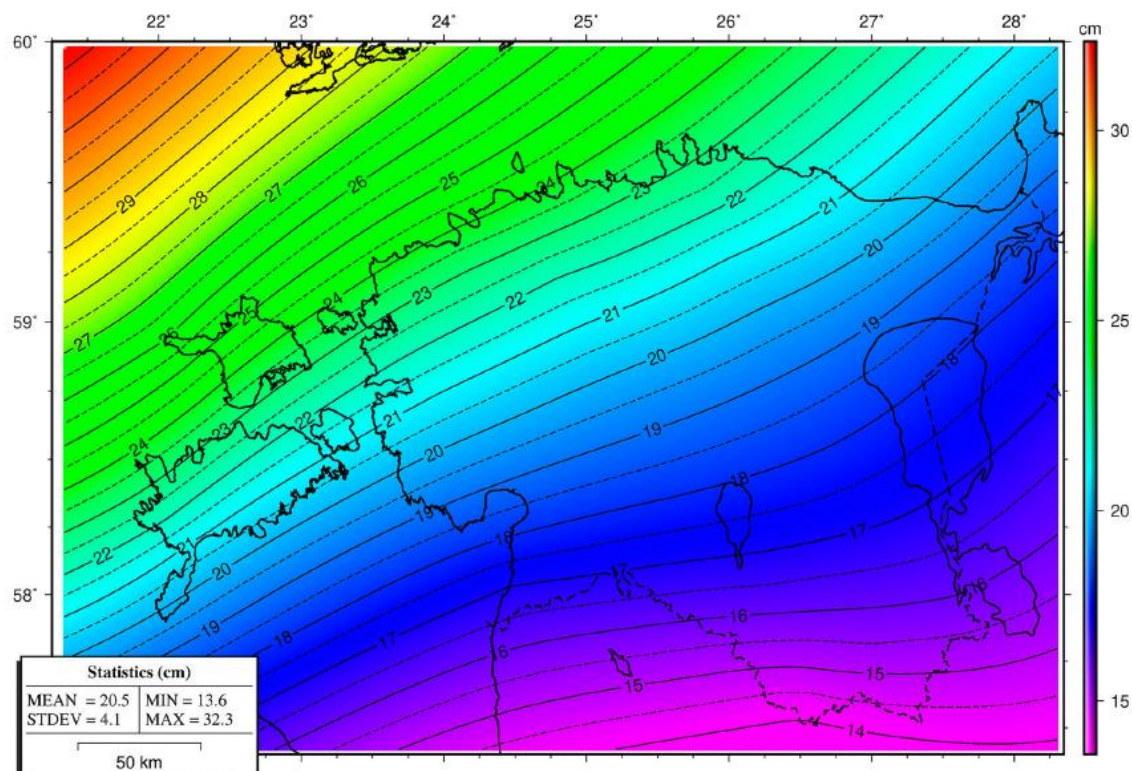
26.10.2011 kehtestas Keskkonnaministeerium uue mudelpinna EST-GEOID2011 (joonis 3) (Oja T. jt 2011). Geoidi mudeli edasiarendamisele andis põhjuse gravimeetriliste andmete pidev juurde mõõtmine ja vigade korrigeerimine. Kokku valiti ligi sada tuhat punkti, mille põhjal arvutati 1x2 sammuga gravimeetriline geoidi mudel GRAV-GEOID2011. GRAV-GEOID2011 ühildati ka aastal 2011 Eestis kehtiva geodeetilise süsteemiga. Selle tulemusena saadi uus ja täpsem geoidi mudel EST-GEOID2011, mis töötati välja Maa-ameti, Tallinna Tehnikaülikooli ja Eesti Maaülikooli uuringute raames aastal 2011 (Ellmann A. jt 2011). Mudeli arvutused viis läbi Artu Ellmann. Antud mudel korrigeeriti riikliku geodeetilise võrgu I ja II klassi punktide EUREF-EST 97 ellipsoidaalsete ja BK77 normaalkõrguste väärtuste põhjal (Oja T. jt 2011).



**Joonis 3.** Mudelpind EST-GEOID2011 (Maa-amet 2019).

Lisaks gravimeetrilisele andmestikule seisneb erinevus EST-GEOID2003 ja EST-GEOID2011 vahel selles, et mudel EST-GEOID2003 ühildamiseks kõrgussüsteemiga oli kasutada kokku 50 punkti, millest 9 asus väljaspool Eestit. 2011. aastaks oli kõrgtäpseid sobituspunkte märksa rohkem saadaval. Kuna aastaks 2011 oli juba mõnda aega kestnud Eesti kõrgusvõrgu neljas kordusnivelleerimine, siis sai arvutada kõrgusvõrgu reeperitele uued asjakohased kõrgused (Oja T. jt 2011).

Mudelite EST-GEOID2011 ja EST-GEOID2017 omavahelises võrdluses tuleb välja, et erinevused on suuresti põhjustatud vananenud nullpunkti kasutusest ja jääajajärgsest maapinnatõusust (Joonis 4). Üldiselt võib väita, et 2017. aasta mudel on sarnane 2011. aasta mudeliga, kahe mudeli erisused jäävad  $\pm 10$  cm piiresse. Kõige suuremad erinevused jäävad sihtala äärtesse. Kahe mudeli standardhälve on 2,6 cm. Uus geoidi mudel on majandusministeeriumi poolt kehtestatud ametlikuks 2019. aasta alguseks. Praeguseks on kokku 160 kohalikku ja rahvusvahelist ettevõtet hankinud uue mudeli litsentsi (Ellmann A. jt 2019).



**Joonis 4.** Mudelpindade EST-GEOID2017 ja EST-GEOID2011 erinevused (Ellmann A. jt 2019).

## 1.7. Mudelpind EST-GEOID2017

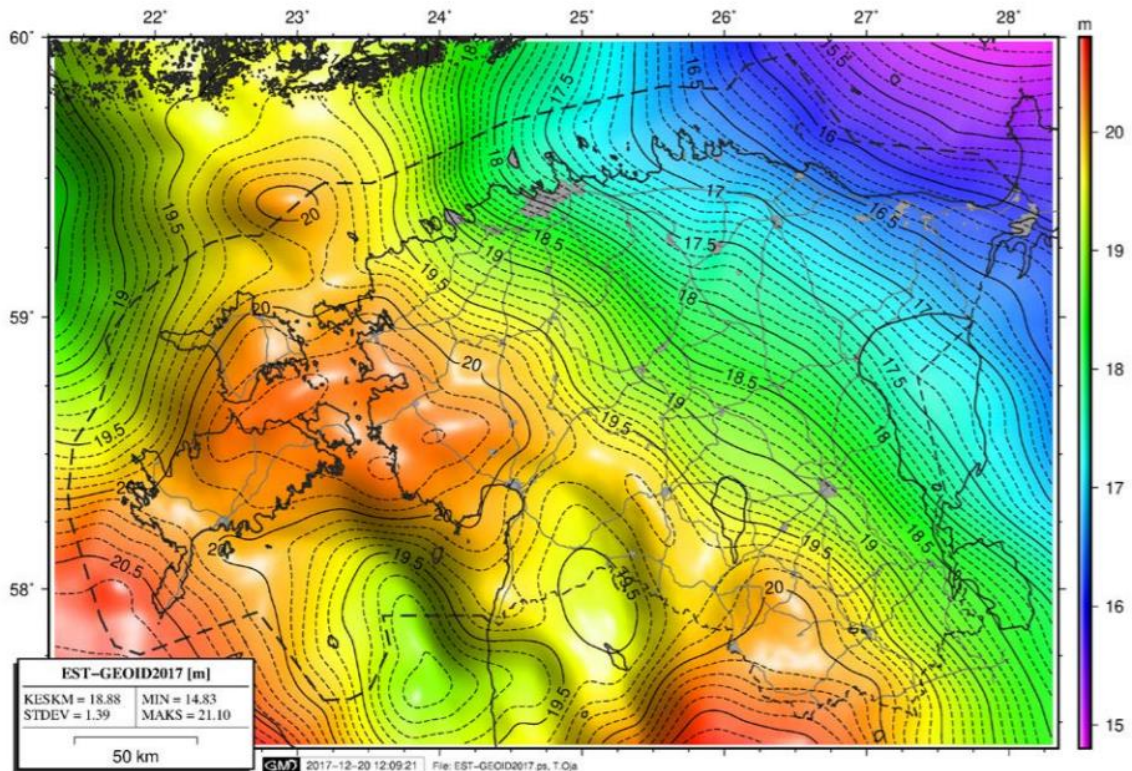
Riikliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimise tööde käigus selgus, et seni kasutatud BK77 kõrgussüsteem on liialt vananenud. Samuti tekkis vajadus uue nullpunkti järgi. Euroopa komisjon on soovitanud kõigil Euroopa riikidel minna üle Euroopa kõrgussüsteemile. Eesti läks üle Amsterdamini nulli peale 1. jaanuaril 2018. Sellest tulenevalt suurenesid kõik kõrgused vahemikus 14 kuni 26 sentimeetrit. Kõrguse muutuse erinevus tuleneb samuti maapinna tõusust Põhja-Eesti alal (Ellmann A. Jt 2019).

Sellest tulenevalt tekkis vajadus uue geoidi mudeli järgi, et saaks GNSS mõõdistust kasutada normaalkõrguste mõõtmiseks. Kuna gravimeetriline andmestik on paranenud, saame ka täpsema geoidi mudeli (Ellmann A. jt 2019).

1. jaanuar 2018 alustati Eestis uue geoidi mudeli kasutamist EST-GEOID2017 (Joonis 5), mis on üsnagi sarnane GRAV-GEOID2017-ga (Ellmann A. jt 2019). Praegu kehtiv geoidi



model arvutati välja Maa-ametis koostöös Tallinna Tehnikaülikooliga. Gravimeetriliste andmete kogumisega aitasid kaasa ka Eesti Maaülikooli Geomaatika osakond ja Eesti Geoloogiakeskus. Geoidi arvutusmeetodeid ja tarkvara uuendamisel osalesid lisaks ka Põhjamaade geodeesia komisjoni töögrupp (Maa-amet 2017). Mudelit EST-GEOID2017 kasutatakse EUREF-EST97 ellipsoidaalsete kõrguste ümberarvutamiseks EH2000 normaalkõrgusteks ning vastupidi (Riigi Teataja 2011).



**Joonis 5.** Sobitatud geoid, ehk mudelpind EST-GEOID2017 (Maa-amet 2017).

Uue Eesti geoidi mudeli aluseks on gravimeetriline geoid GRAV-GEOID 2017 (Tamme 2017). Geoidi kõrgused on madalamad Kirde-Eestis ja kõrgemad kohad on Edela- ja Loode-Eestis, kõige kõrgemad kohad 16 ja 21 meetrit. Geoidi pind on üldiselt sujuv, kuid esineb teatud ebataasasusi Lõuna- ja Lääne-Eestis. Võib väita, et see mudel on vähemalt sama täpne (5 mm), kui selle kontrolliks kasutatud GNSS punktide täpsus. Geoid on täpsem kindlasti maismaa kohal, kuna selle ala kohta on kvaliteetsemad algandmed ja GNSS kindelpunktid, mida näiteks mere-aladel pole (Ellmann A. jt 2019).

GRAV-GEOID2017 on korrigeeritud umbes 110 riikliku geodeetilise põhivõrgu I ja II klassi punktide EUREF-EST97 ellipsoidaalsete ja EH2000 normaalkõrguste väärtuste põhjal. Geoidi mudeli epohhiks on aasta 2000, mis tuleneb normaalkõrguste epohhist. Seoseks uue

epohhiga saab uue nime ka gravimeetriline süsteem, milleks on EG2000 (*Estonian Gravity 2000*) (Tamme 2017).

Gravimeetriline andmestik on kõvasti paranenud aja jooksul nii maismaal kui ka saartel. Eesti mandriosa ja saarte gravimeetrilised andmed on üldiselt 0,5 mGal täpsusega. Mere peal on gravimeetriliste andmete „müra“ 1-2 mGal. Olemasolev gravimeetriline andmestik ühtlustati, puhastati, analüüsi, vähendati, ja tehti võrgustikuks, et saada ühtlane gravitatsioonianomaaliate väli ehk pind (Ellmann A. jt 2019).

Geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsuseks on hinnatud 5 mm. Et kontrollida 5 mm-st täpsust, peab ka kontrollpunktide viga olema maksimaalselt 5 mm. See tingimus on Eestis aga täidetud. Järel töötamise käigus sobitati uus mudel paika ja selle standardhälveks saadi 4,2 mm, mis on sama mis on GNSS kontrollpunktide võrgu standardhälve (Ellmann A. jt 2019).

## **1.8. Geomeetriline ja trigonomeetriline nivelleerimine**

Antud töös on kasutatud andmeid, mis on nivelleeritud geomeetriliselt või trigonomeetriliselt. Nivelleerimine on maapinna või geodeetiliste punktide kõrguskasvude määramine. Nivelleerimise käigus arvutatakse kõrgused lähtepunktide või lähtepinna suhtes. Põhilised nivelleerimismeetodid on geomeetriline, trigonomeetriline ja kõrguse määramine RTK-meetodil (Randjärv J. jt 1998).

Geomeetrilise nivelleerimise põhimõte on mõõta kahe punkti kõrguste vahet nii, et viseerimiskiir on horisontaalasendis. Selle meetodiga kõrguste määramisel on vaja nivelliiri ja kahte nivelleerimislatti, millele on kantud vähemalt sentimeetri jaotised (Randjärv J. jt 1998).

Kuna vahel tekib olukord, kus polügonomeetria käigud võivad kulgeda üle erineva pinnase või mitmekesise maastiku, siis on eelistatum trigonomeetriline nivelleerimine (Kala V. jt 2015). Seega mägisel maastikul on mõislikum kasutada trigonomeetrilist nivelleerimist, mis on kaldkiirega nivelleerimine. Trigonomeetriline nivelleerimine on kiirem ja mugavam kui geomeetriline nivelleerimine, aga samas ka tunduvalt väiksema täpsusega. Trigonomeetriline nivelleerimine jaguneb kolmeks: ühest otsast, kahest otsast ja keskelt nivelleerimiseks (Randjärv J. jt 1998).

Kõrguste tasandamise käigus saadakse parandatud väärtused, mis vastavad antud geodeetilises võrgus esinevaid matemaatilistele tingimustele. Tasandamise eesmärk on saada geodeetilise võrgu punktide koordinaadid ja kõrgused. Lisaks tasandamise käigus koostatakse kataloogid ja koondtabelid, mis võimaldavad tasandatud andmeid edaspidi võimalikult tõhusalt kasutada (Randjärv 1999).

## **2. MEETOD JA MATERJALID**

### **2.1. Geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsuse hindamise meetod**

Geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsuse hindamise meetodiks on võrdlus GPS mõõdistamise ja nivelleerimise andmetest arvatud geoidi kõrgustega. Võrdlusandmeteks on 29 Tartu linna kohaliku võrgu 1. järgu punkti, riigi geodeetilise võrgu II klassi punkt Lemmatsi97 ja Tartu linna lähedased 6 tihendusvõrgu punkti. Üldine põhimõte on võtta analüüsi need punktid, millel on geodeetiline kõrgus määratud kõrgtäpsete staatiliste mõõtmistega ning on teostatud täpne geomeetiline nivelleerimine. Kuna osad Tartu linna kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu punktid omavad vaid trigonomeetristest nivelleerimistest saadud kõrgusi, on analüüsitud siiski ka neid. Nende täpsust on tõstnud ümbertasandus, mis viidi läbi kasutades lähtepunkte, mille kõrgus on saadud uuest kõrgtäpsusest geomeetrisest nivelleerimisest (Planserk 2018). Kuna aastatel 2017-2018 tehtud geomeetrisest nivelleerimise käigus suurenes ka trigonomeetrisest nivelleerimise lähtepunktide arv ja lühenes keskmine kaugus geomeetrisest nivelleerimisega saadud lähtepunktist, siis paranesid ka trigonomeetrisest nivelleerimisest saadud kõrgused. Kindlasti on ka uue nivelleerimise punktid parema ja ühtlasema täpsusega, kuna on kasutatud II klassi nivelleerimist võrreldes omaaegse III klassiga. Lõplikud hinnangud on antud eeskätt keskmise erinevuse ja keskmise ruutvea kaudu.

### **2.2. Kirjakooste tarkvara**

Käesolev fail on vormistatud ja koostatud tarkvaraga Microsoft Word 2016. Tabelite koostamiseks kasutasin tarkvara Excel 2016. Geoidi kõrguste arvutamiseks on kasutatud Maa-ameti Geoportaali EST-GEOID2017 kalkulaatorit (<https://www.maaamet.ee/rr/geoid2017/>). Punktide visualiseerimisel kasutasin vabatarkvara GpsVisualizer ([www.gpsvisualizer.com](http://www.gpsvisualizer.com)). Selleks, et punkte visualiseerida Gps Visualizer's, konverteerisin andmed Maa-ameti koordinaatide kalkulaatoriga L-EST97 plaanilistest ristkoordinaatidest ETRS89 geodeetilisteks koordinaatideks



(<http://www.maaamet.ee/rr/geo-lest/>). Töös on lisaks kasutatud ka avalikult kättesaadavat Maa-ameti Geoportaali (edaspidi Geoportaal) ja Maa-ameti geodeetiliste punktide andmebaasi. Geoportaali uue Eesti kaardi testversiooni on kasutatud punktide asukoha otsimisel.

## **2.3. Mudeli EST-GEOID2017 täpsuse hindamiseks vajalike punktide kogumine ja analüüs**

Selleks, et teha kindlaks, kas Tartu linnas esineb süstemaatiline nihe kehtivas geoidi mudelis, tuleb võrrelda mudelit EST-GEOID2017 Tartu piires siin mõõdetud normaalkõrguse ja geodeetilise kõrguse vahet ehk nii nimetatud geomeetrilise geoidiga. Geodeetiline kõrgus pärineb tihendusvõrgu tasandamise aruandest (Planserk 2001) ja Tartu kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu tasandamise aruandest (Planserk 2006). Normaalkõrgus on võetud erinevatest nivelleerimise kampaaniatest, eeskätt aastatel 2017-2018 tehtud Tartu kohaliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimise aruandest (Planserk 2018). Järgnev alapunktide jaotus pärinebki erinevatest nivelleerimistäpsustest. Eraldi vaadeldakse 1. järgu punkte, mida on nivelleeritud I ja II klassi geomeetrilise nivelleerimisega ning eraldi analüüsitakse punkte, mille normaalkõrgus on saadud trigonomeetrilise nivelleerimisega. Üldine eesmärk oli kasutada geomeetrilise nivelleerimisega punkte, siiski on analüüsitud ka täpsete geodeetiliste kõrgustega punkte, millele oli kättesaadav vaid trigonomeetrilise nivelleerimise andmed. Siiski annab see palju lisainfot ja lisab usaldusväärsust. Vaadeldud on ka mitme punkti andmeid süviti, et tuvastada sobimatuse põhjusi. Järgnev osa analüüsibki punktide kvaliteeti ja on seega aluseks punktide valikuks.

### **2.3.1. Lemmatsi97 II klassi punkt**

Analüüsi on kaasatud ka Lemmatsi97 riigi II klassi punkt, kuigi antud punkt pole haaratud otseselt Tartu kohalikku kõrgusvõrku. Samas asub see punkt Tartu lähedal ja omab kõrgtäpseid väärtusi. Lemmatsi97 punkti normaalkõrgus on mõõdetud riigi geodeetilise kõrgusvõrgu rekonstrueerimise käigus aastal 2007 ja kõrgus on leitav riigi kõrgusvõrgu tasanduse aruandest. (Planserk 2016) Geodeetiline kõrgus mõõdeti riigi põhivõrgu tööde

raames aastal 1998 ja väärtuseks saadi 85,8732 m (Planserk 1998). Seda punkti on analüüsitud ka hiljem, kuna kahtlustati punkti liikumist seoses lähedase elektrikapi paigaldamisega aastal 2015 (Joonis 6).



**Joonis 6.** Riigi geodeetilise kõrgusvõrgu II klassi punkt Lemmatsi97 31.05.2019 seisuga.

Enne kui jõuti välja lasta Eesti kõrgusvõrgu rekonstrueerimise aruanne (Planserk 2016), võis saada punkt Lemmatsi97 kahjustada elektrikapi paigaldamisel umbes 3-4 m kaugusele tsentrist. Samas sinna aruandesse kaasatud mõõtmised on tehtud enne kapi paigaldust. Seega siia aruandesse võetud andmeid kapi paigaldus otseselt ei puuduta.

Maa-amet viis läbi punktide Lemmatsi97 ja Rahinge (714) kontrollmõõtmise aastal 2015, mille käigus teostati punktil Lemmatsi97 GNSS staatiline mõõtmine. Selle tulemusena saadi geodeetiliseks kõrguseks 85,863 m, mis on 1 cm väiksem kui aastal 1998 (Tabel 3). Andmed aasta 2015 kontrollmõõtmise kohta on saadud Maa-ameti geodeesia osakonna nõunikult Priit Pihlak'ult meili teel.

**Tabel 3.** Punkti Lemmatsi97 kõrguste vahe aastast 1998 ja 2015

Aasta	Geodeetiline kõrgus (m)
2015	85,863
1998	85,873
<b>Erinevus</b>	<b>-0,010</b>

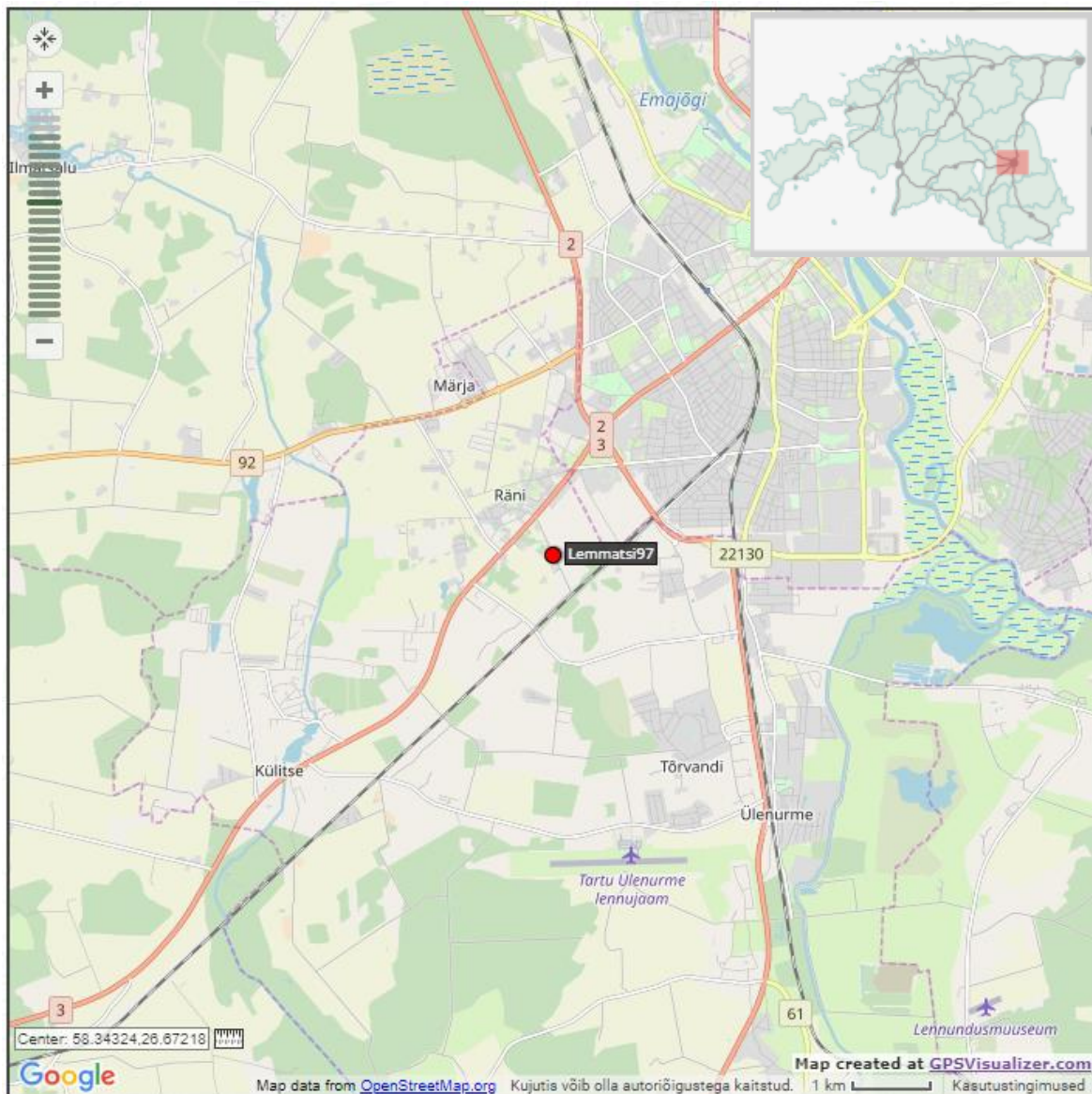
Kuna GNSS mõõtmise metoodika ei olnud kättesaadav ja iga uus mõõtmine on alati mingi veaga, siis ei tahaks mõõtmistest suuri järeldusi teha. Kuna pärast kapi paigaldamist ei ole geomeetrilist nivelleerimist sellele punktile tehtud, siis on kasutatud vaid varasemaid andmeid. Antud töö esialgsesse analüüsi on kasutatud normaalkõrgus aruandest Planserk 2016 (Tabel 4) ja geodeetilist kõrgust aruandest Planserk 1998. Nagu mainitud, nende kahe mõõtmise vahel elektrikapi paigaldust ei toiminud. Tabelis 5 on välja toodud punkti Lemmatsi97 andmed, mida kasutatakse edaspidi mudeli EST-GEOID2017 täpsuse analüüsis. Lemmatsi97 asukoht kaardil on toodud välja joonisel 7. Punkti sain kaardile kasutades GpsVisualizer tasuta kaardirakendust ([www.gpsvisualizer.com](http://www.gpsvisualizer.com)).

**Tabel 4.** Punkti Lemmatsi97 kõrguste vahe aastast 2016 ja 2015

Aasta	Normaalkõrgus (m)
2015	66.854 (2015 GNSS mõõtmine + geoid)
Planserk 2016	66.872
<b>Erinevus</b>	<b>-0,018</b>

**Tabel 5.** Riigi geodeetilise põhivõrgu II klassi punkt Lemmatsi97 kõrgusandmed

Jrk.nr	Punkti nr	X (m)	Y (m)	Geodeetiline kõrgus h (m), 1998	Normaal-kõrgus H (m)	nimi
1	5475	6470080.362	656449.101	85,873	66.872	Lemmatsi97



**Joonis 7.** Riikliku geodeetilise põhivõrgu II klassi punkti Lemmatsi97 asukoht Tartu linna kõrgusvõrgu suhtes.

### 2.3.2. Tihendusvõrgu punktid uue EH2000 normaalkõrgusega

Tartus ja selle lähiümbruses on leitud 6 tihendusvõrgu punkti, millel on täpne normaalkõrgus. Tegelikult kasutati Tartu 1. järgu lähtepunktidenä 2005. aastal rohkem punkte, kuid kõigile ei ole mõõdetud täpset normaalkõrgust (Tabel 6). Geodeetiline kõrgus pärineb tihendusvõrgu tasanduse aruandest aastast 2001 (Planserk 2001). Kõrgus geomeetrisest nivelleerimisest on punktidel erinev. Ühel punktil on kõrgus Riigi

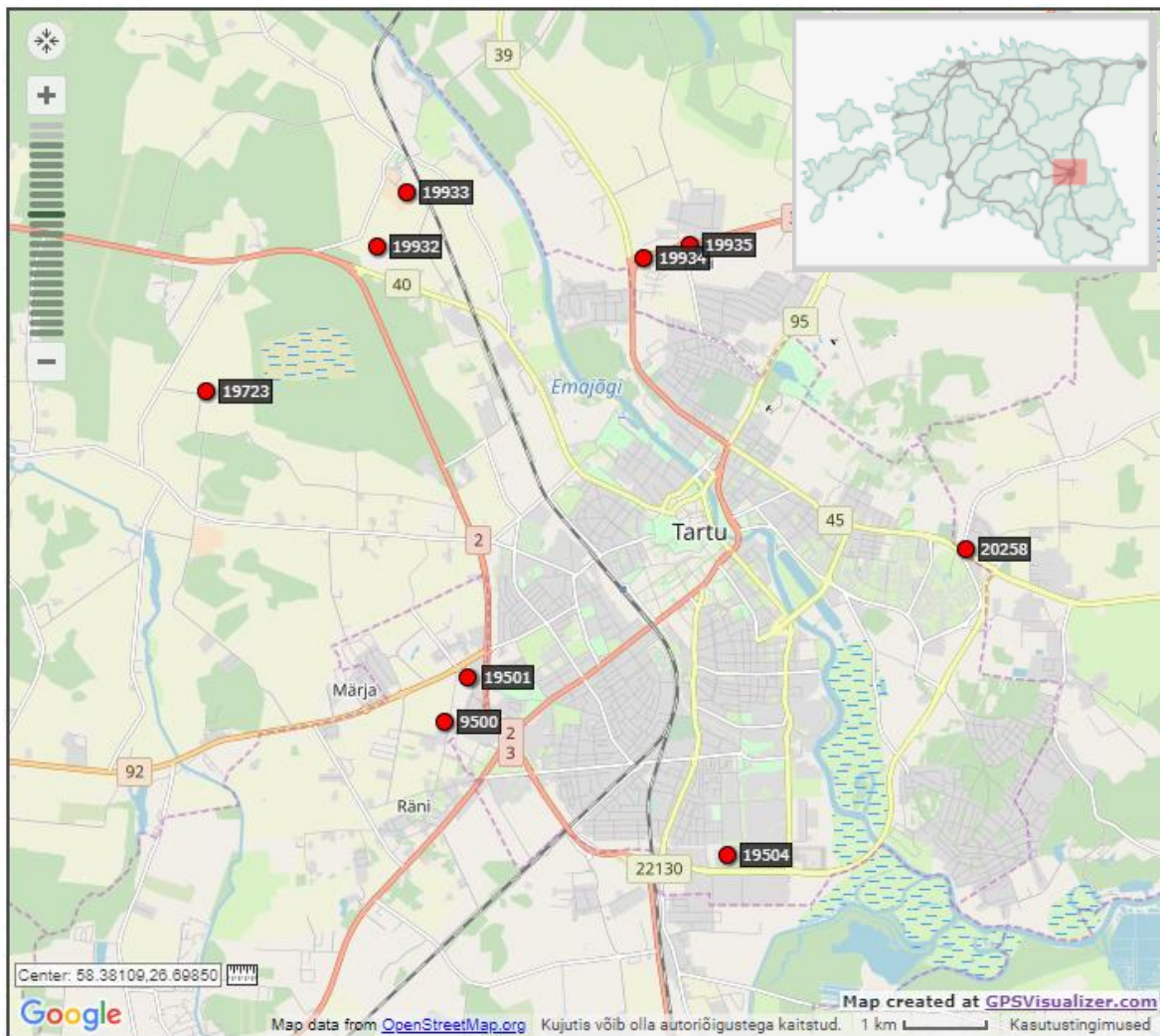
kõrgusvõrgu tasandamisest (Planserk 2016), mõnel punktil on kõrgus saadud geomeetrilisest nivelleerimisest, kui viidi läbi Tartu kohaliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimine (Planserk 2018).

Mõne punkti kõrguse saamine on olnud segasem. Näiteks Nigula punkti normaalkõrguse tüübiks on GPA-s märgitud polügonomeetria, aga aastaarv on 2018, ehk teisisõnu on viidatud Tartu kõrgusvõrgu rekonstrueerimise aruandele. Järelikult on see saadud kaheastmeliselt: 2018. aastal tasandati Tartu geomeetrilise nivelleerimise uus võrk (Planserk 2018) ja selle tulemustest lähtuvalt tasandati uuesti ka 2005. aastal tehtud trigonomeetriline nivelleerimine, ehk polügonomeetria, (Planserk 2006). Seega olemuselt on Nigula punktil siiski vaid trigonomeetrilise nivelleerimise kõrgus. Mõnel punktil on olnud BK77 kõrgus, aga uut normaalkõrgust pole. Kasutatud punktide asukoht kaardil on toodud välja joonisel 8. Punktid sain kaardile kasutades GpsVisualizer tasuta kaardirakendust ([www.gpsvisualizer.com](http://www.gpsvisualizer.com)).

**Tabel 6.** Tartu linna tihendusvõrgu punktid, mida on analüüsitud

Punkti nr	X (m)	Y (m)	Klass	Geodeetiline kõrgus h (m)	Normaal kõrgus H (m)	Nimi	Normaal-kõrguse H klass ja aruande aasta
19723	6475792.71	653128.694	Tihendusvõrk	68.944		Rahinge	H puudub
19934	6477623.745	658391.859	Tihendusvõrk	64.070	45.185	Vahi	Riigi KV, I klass 2
19935	6477810.927	658945.958	Tihendusvõrk	66.130		Vahi	H puudub
20258	6474242.419	662459.981	Tihendusvõrk	78.555	59.6748	Anne	Tartu KV, II klass, 2018
19504	6470384.985	659703.913	Tihendusvõrk	68.5416	49.576	Nigula	Polügonomeetria (2005,2018)
19501	6472422.024	656459.342	Tihendusvõrk	89.016	70.0412	Räni	Tartu KV, II klass, 2018
9500	6471879.636	656190.211	Tihendusvõrk	89.638	70.6494	Räni	Tartu KV, II klass, 2018
19933	6478306.277	655469.855	Tihendusvõrk	69.509		Vorbuse	Puudub
19932	6477635.268	655132.14	Tihendusvõrk	69.77	50.858	Vorbuse	Tasandus 2018





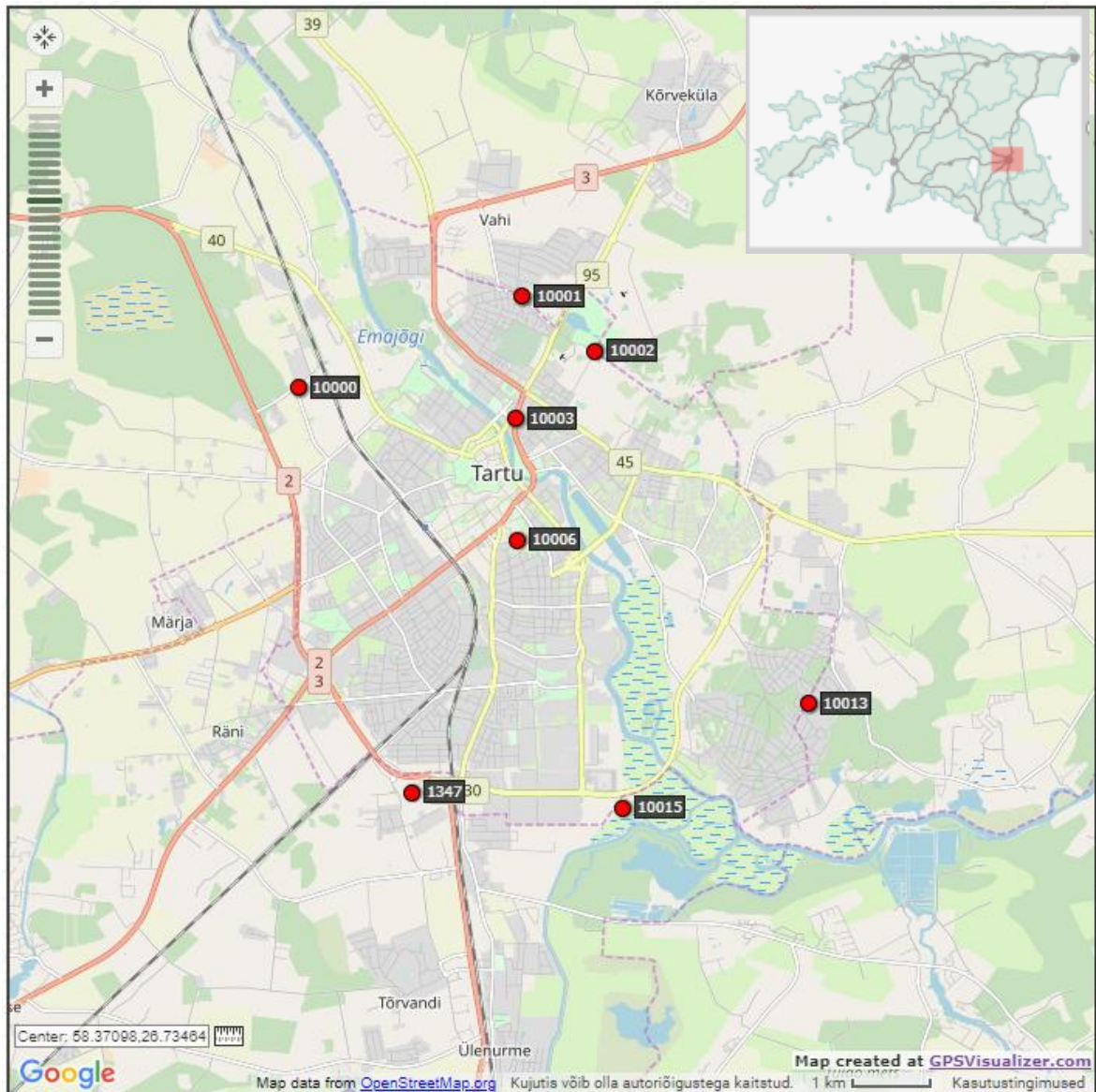
**Joonis 8.** Tihendusvõrgu punktide asukohad kaardil.

### **2.3.3. Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu punktid uue II klassi nivelleerimisega aastatel 2017-2018**

Nagu uuringus selgus, ei ole riigi kõrgusvõrgu rekonstrueerimise käigus võetud sisse ühtegi Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu punkti. Seetõttu on võimalik analüüsida vaid seda, kas Tartu kohaliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimise käigus nivelleeriti geomeetriliselt ka 1. järgu punkte. Selgub, et selliseid punkte on kokku 8 (Tabel 7). Need on seega täpseima nivelleerimisega 1. järgu punktid Tartus. Kasutatud punktide asukoht kaardil on toodud välja joonisel 9. Punktid sain kaardile kasutades GpsVisualizer tasuta kaardirakendust.

**Tabel 7.** Tartu linna plaanilise geodeetilise põhivõrgu 1.järgu punktid, mille on kõrgus saadud II klassi nivelleerimisega

Punkti nr/nimi	Järk	x (m)	y (m)	Geodeetili -ne kõrgus h (m)	Normaal-kõrgus H (m)	Kõrguse klass
1347	1	6470133.39	658273.99	81.966	62.9786	Tartu KV. II klass. 2018
10000	1	6475317.01	656585.44	71.079	52.1482	Tartu KV. II klass. 2018
10001	1	6476608.91	659442.5	69.198	50.3085	Tartu KV. II klass. 2018
10002	1	6475944.52	660417.7	72.485	53.6098	Tartu KV. II klass. 2018
10003	1	6475023.54	659413.86	54.721	35.8014	Tartu KV. II klass. 2018
10006	1	6473455.66	659509.1	73.904	54.9745	Tartu KV. II klass. 2018
10013	1	6471497.66	663366.74	66.124	47.2210	Tartu KV. II klass. 2018
10015	1	6470041.94	661017.61	51.529	32.56690	Tartu KV. II klass. 2018



**Joonis 9.** Tartu kohaliku põhivõrgu 1. järgu punktid, mis on kõrguse saanud geomeetrilise nivelleerimisega.

#### **2.3.4. Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu punktid, mille normaalkõrgus pärineb trigonomeetrilisest nivelleerimisest**

Uuringu käigus tuvastus, et 28-le Tartu linna kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu punktile on saadud normaalkõrgused trigonomeetrilise nivelleerimisega uuest tasandusest, mis viidi läbi aastatel 2017-2018 (Planserk 2018). See tasandus põhines EH2000 kõrgustel, mis on saadud lähtepunktile Tartu kohaliku kõrgusvõrgu rekonstrueerimise käigus (Planserk



2018). Seega uue tasanduse aluseks on uus geomeetriline nivelleerimine ja vana trigonomeetriline nivelleerimine aastast 2005 (K&H 2006).

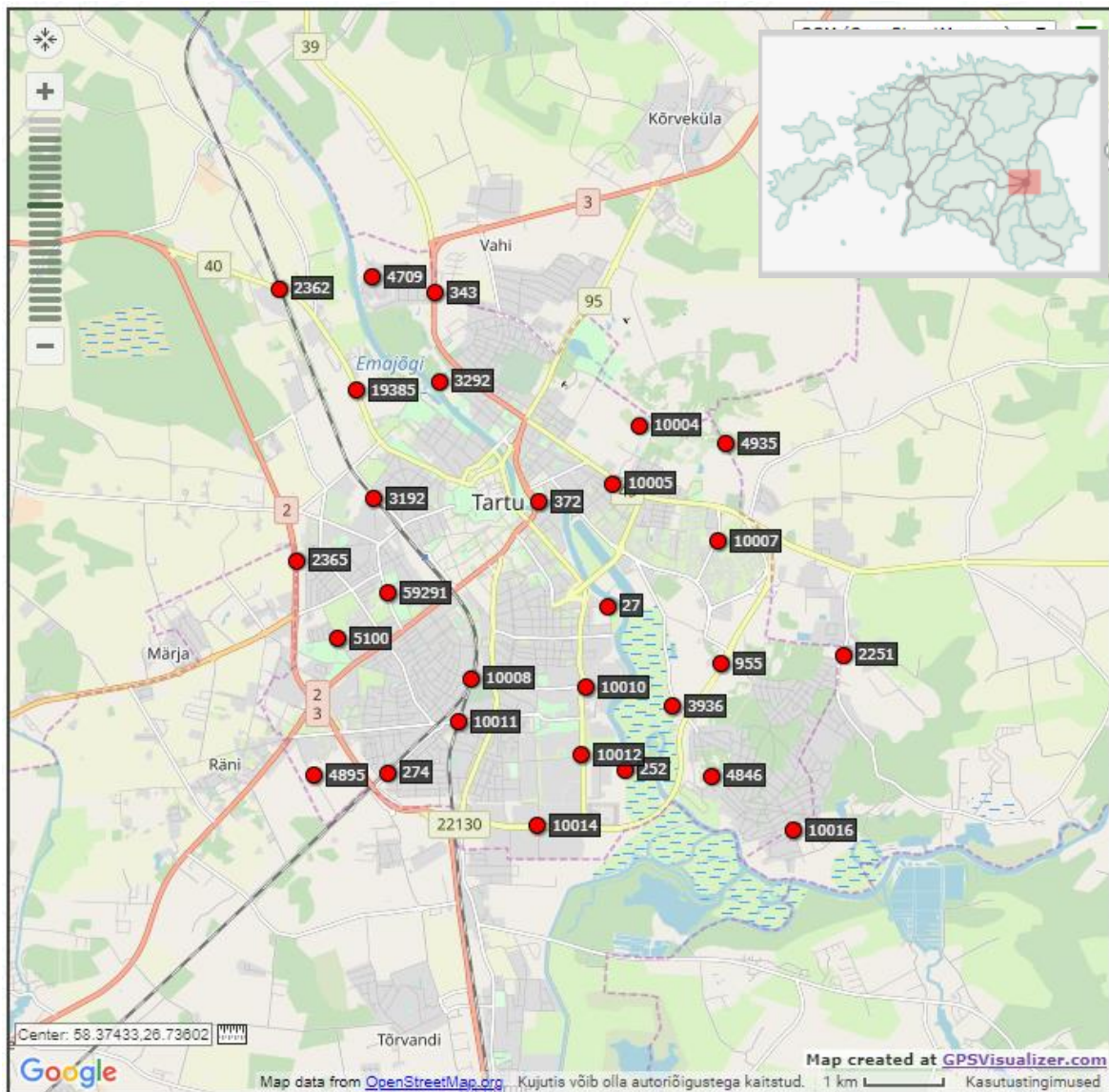
Tabelis 8 selgub, et punktidele 252, 343, 372 puudub geodeetiline kõrgus Maa-ameti geodeetiliste punktide andmebaasis. Algses aruandes on see antud punktidel aga olemas. Veel hakkas silma, et 1. järgu punktidel 10004, 10014 ja 10016 puuduvad üldse andmed Maa-ameti geodeetiliste punktide andmebaasis. Andmestikus oli ka kolm 1. järgu punkti (27, 274 ja 19385), mis osutusid hävinuks ja on taastamise käigus arvatud 2. järku. Kuna neile puudub täpne geodeetiline kõrgus, ei saa neid kasutada.

Puudulike andmetega punktide 252, 343, 372, 10004, 10014 ja 10016 kohta uurisin Maa-ameti geodeesia osakonna nõunikult Priit Pihlak'ult täpsemalt (mai 2019). Selgus, et punktidele 252, 343 ja 372 oli jäänud geodeetiliste punktide andmekogusse sisestamisel GPS geodeetiline kõrgus lisamata. Antud parandus on tänaseks päevaks tehtud (mai 2019). Punktide 10004, 10014 ja 10016 kohta selgus, et antud punktid on leidmata või hävinenud. Näiteks punkt 10004 on seisuga 10.2016. aastal ka REIB andmetel hävinud (mai 2019). Samuti on hävinud REIB andmetel ka punkt 10014 aastal 2013. L. Luts andmetel on punkt 10016 8.11.2018. seisuga leidmata. Kasutatud punktide asukoht kaardil on toodud välja joonisel 10.

**Tabel 8.** Tartu linna plaanilise geodeetilise põhivõrgu 1.järgu punktid, millel on trigonomeetriline kõrgus. TN tähendab trigonomeetrilist nivelleerimist

Punkti nr/nimi	Järk	x (m)	y (m)	Geodeetiline kõrgus h (m)	Normaal-kõrgus H (m)	Kõrguse klass
1027	2	6473046.71	660657.81		33.856	Arvatud II jkr, geodeetiline kõrgus puudub
252	1	6470966.76	660970.36	51.112	32.164	TN, tasandus 2018
274	2	6470799.98	657935.92		65.911	Arvatud II järku, geodeetiline kõrgus puudub
343	1	6476953.54	658297.12	62.308	43.420	TN, tasandus 2018
372	1	6474336.69	659735.7	52.974	34.057	TN, tasandus 2018
2251	1	6472546.67	663699.7	56.439	37.541	TN, tasandus 2018
2362	1	6476916.81	656307.13	68.774	49.854	TN, tasandus 2018
2365	1	6473461	656671.92	81.786	62.823	TN, tasandus 2018
3192	1	6474291.13	657626.62	80.295	61.345	TN, tasandus 2018
3292	1	6475824.23	658397.42	52.475	33.554	TN, tasandus 2018
3936	1	6471801.92	661546.29	51.657	32.726	TN, tasandus 2018
4709	1	6477120.67	657485.84	52.757	33.879	TN, tasandus 2018
4846	1	6470936.13	662078.74	56.443	37.507	TN, tasandus 2018
4895	1	6470735.93	657001.5	88.657	69.664	TN, tasandus 2018
4935	1	6475181.64	662089.98	73.944	55.071	TN, tasandus 2018
5100	1	6472493.23	657238.81	91.178	72.207	TN, tasandus 2018

Punkti nr/nimi	Järk	x (m)	y (m)	Geodeetiline kõrgus h (m)	Normaal-kõrgus H (m)	Kõrguse klass
59291	1	6473103.02	657849.08	82.697		Taastatud punkt, nivelleeritud kõrgus puudub
19385	2	6475667.11	657338.09		50.043	Arvatud II jkr, geodeetiline kõrgus puudub
0955	1	6472373.48	662135.11	56.122	37.218	TN, tasandus 2018
10004	2	6475367	660969.1			REIB andmetel 10.2016 hävinud
10005	1	6474610.95	660667.29	55.593	36.6954	TN, tasandus 2018
10007	1	6473931.9	662047.5	68.865	49.978	TN, tasandus 2018
10008	1	6472053.15	658958.75	81.435	62.5041	TN, tasandus 2018
10010	1	6472001.09	660429.31	56.536	37.6078	TN, tasandus 2018
10011	1	6471491.86	658813.21	80.204	61.254	TN, tasandus 2018
10012	1	6471133.89	660411.59	53.049	34.104	TN, tasandus 2018
10014	2	6470205.99	659885.25			REIB andmetel 12.2013 hävinud
10016	2	6470285.34	663156.36			L. Luts andmetel 8.11.2018 leidmata



**Joonis 10.** Tartu kohaliku põhivõrgu 1. järgu punktid, mis on kõrguse saanud trigonomeetrilise nivelleerimisega.

### **3. TULEMUSED JA ANALÜÜS**

#### **3.1. Nivelleeritud ja transformeeritud andmete võrdlus mõnedel Tartu geodeetilise võrgu 1. järgu punktidel.**

On huvitav tuua välja asjaolu, et mitmed Tartu kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu punktid, mis on siin töös esitatud trigonomeetrilise nivelleerimisega, on tegelikult aastal 2005 geomeetriliselt nivelleeritud. 2005. aastal teostati nendele punktidele II või III klassi geomeetriline nivelleerimine. Samas on selge, et kõrgussüsteem on vana, BK77. Need kõrgused on võimalik transformeerida uude kõrgussüsteemi kasutades Maa-ameti kalkulaatorit. See kalkulaator põhineb polünoomide kasutamisel, kus transformeerimisparameetrid on arvutatud ühiste punkti põhjal (<http://www.maaamet.ee/rr/ymudel/>).

Tekib küsimus, kumba kõrgust lugeda täpsemaks, kas polügonomeetria või transformeeritud geomeetrilise nivelleerimisega saadud kõrgust. Võib öelda, et polügonomeetria on siiski eelistatavam, kuna see on osa kohalikust tasandamisest. Transformeerimisparameetrid on aga üle-eestilised. Nii on otsustanud ka Maa-amet, kes oma geodeetiliste punktide andmebaasis kuvab kõrgusi trigonomeetrilisest nivelleerimisest.

Siiski on tabelis 9 arvutatud võrdluseks 2005. aasta geomeetrilise nivelleerimise käigus saadud kõrgused EH2000 süsteemi. BK77 kõrgused on saadud Maa-ameti ja Tartu linnavalitsuse andmebaasist. Tabelis 9 on välja toodud normaalkõrguste erinevused uue nivelleerimise ja transformeeritud kõrguste vahel. Tabelist 9 nähtub, et kahel punktil erinevus sisuliselt puudub, neljal punktil jäävad erinevused 1 cm piiresse, omades süstemaatilist nihet. Transformeeritud kõrgus on suurem, kuna ka trigonomeetrilise nivelleerimise täpsuseks on hinnatud 1 cm, on eelistatud edaspidi neid.

**Tabel 9.** Nivelleeritud ja transformeeritud andmete võrdlus mõnedel Tartu võrgu 1. järgu punktidel

1	2	3	4	5	6	7
Punkti nr	BK77 kõrgus (m)	Nivelleerimise 2005 (m)	EH2000 kõrgus, nivelleerimine aastast 2005, tasandus 2018 (m)	Nivelleerimise meetod 2018 (m)	Transformeeritud kõrgus (lähtudes veerg 2) (m)	EH2000 kõrguste erinevus (veerg 4-6) (m)
343	43,2552	Geomeetiline	43,42	Trigonomeetiline	43,431	0,011
3936	32,5679	Geomeetiline	32,726	Trigonomeetiline	32,744	0,018
10000	51,9676	Geomeetiline	52,1482	Geomeetiline	52,142	-0,0062
10002	53,4244	Geomeetiline	53,6098	Geomeetiline	53,602	-0,0078
10003	35,6335	Geomeetiline	35,8014	Geomeetiline	35,812	0,0106
10005	36,5307	Geomeetiline	36,6954	Trigonomeetiline	36,709	0,0136

### 3.2. Mudeli EST-GEOID2017 täpsuse hindamine geodeetilise ja normaalkõrguse vahe abil, statistilised suurused

Järgnevat tabelites on välja toodud mudeli EST-GEOID2017 erinevus geomeetilisest geoidist. Tulemusi hindasin nii standardhälbe kui ka keskmise ruutvea alusel. Standardhälve näitab andmete hajuvust ehk seda kui palju vead teineteisest erinevad. See tuleneb sellest, et standardhälvet hinnatakse keskmise erinevuse suhtes. Seetõttu ei näita see suurus meile tegelikku viga. Standardhälve iseloomustab seda, kui palju erinevad töös kasutatavate andmete juhuslikud vead üksteisest. Mida väiksem on standardhälve, seda väiksem on andmete hajuvus. (Ruus 2012). Standardhälve valem on välja toodud valem 2.

$$x_{standardhälve} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n-1}}, \quad (2)$$

$x$  = geomeetiline geoid miinus mudelist EST-GEOID2017 saadud kõrgus, millest on lahutatud keskmine erinevus

$n$  = andmete arv

Absoluutset täpsust saame hinnata ruutkeskmise vea ehk keskmise ruutvea järgi, kus erinevuste aluseks on mõõdetud ja tegelik suurus, meie näites geomeetrilise geoidi ja kehtiva geoidi mudeli EST-GEOID2017 vahe. Seega on ruutkeskmise viga on ruutjuur

geomeetrilise geoidi ja arvutatud geoidi erinevuste ruutude summast. (Ruus 2012). Ruutkeskmise erinevuse valem on toodud valem 1.

$$x_{ruutkeskmine} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}, \quad (1)$$

$x$  = geomeetriline geoid miinus mudelist EST-GEOID2017 saadud kõrgus millest on lahutatud keskmine erinevus

$n$  = andmete arv

### **3.3. Mudeli EST-GEOID2017 võrdlemine 1. järgu, tihendusvõrgu ja riigi geodeetilise põhivõrgu II klassi punktidel (geomeetriline nivelleerimine)**

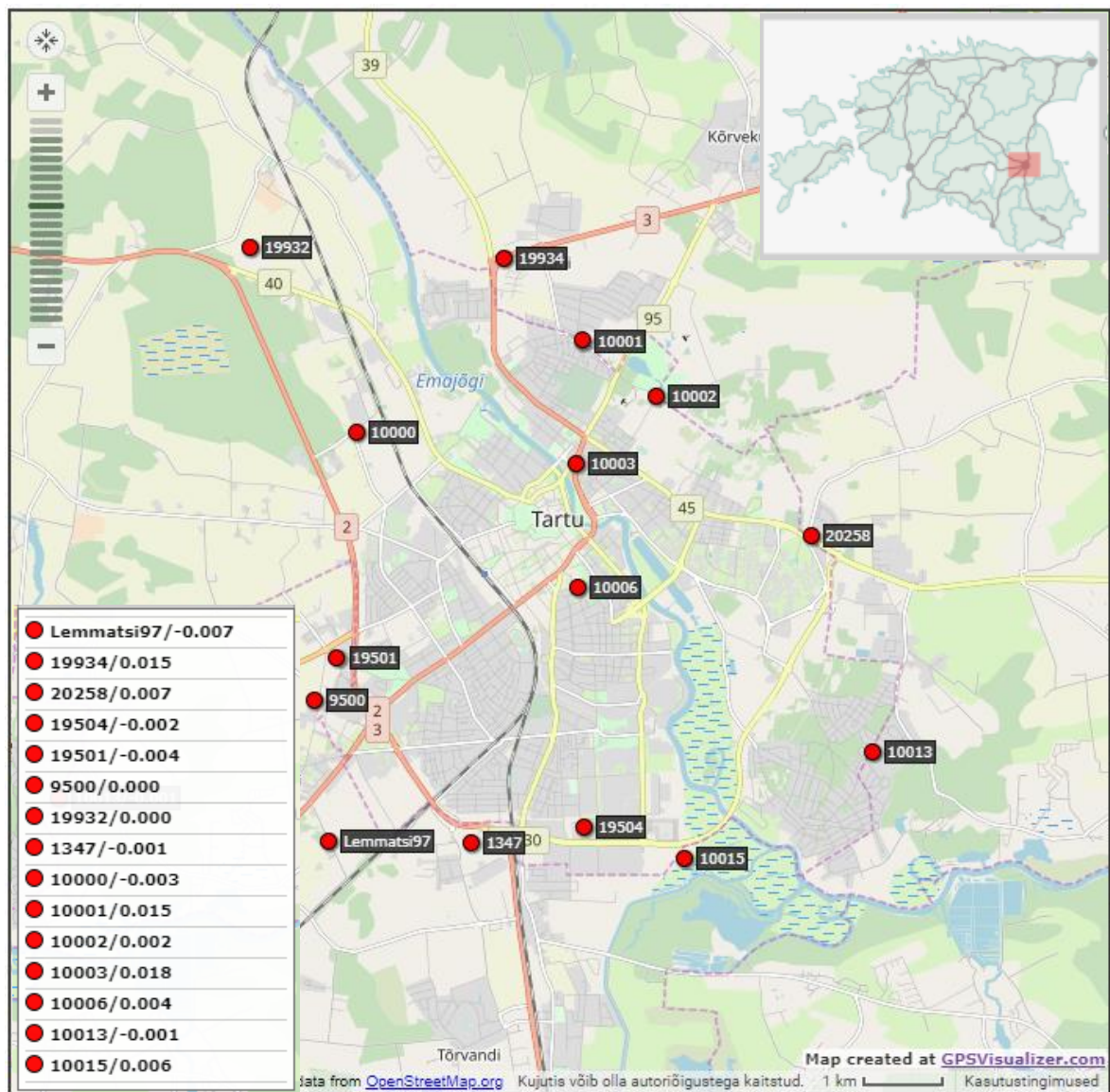
Selleks, et analüüsida mudelit EST-GEOID2017 Tartu linnas, on arvutatud geodeetiliste ja normaalkõrguste vahed  $\xi$  Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu, tihendusvõrgu ja riigi geodeetilise põhivõrgu II klassi punktidele, millel on olemas normaalkõrgus geomeetrilisest nivelleerimisest. Seega on siin vaadeldud vaid punkte, millele on saadud normaalkõrgused geomeetrilise nivelleerimise meetodiga. Punktide valik tuleb uuringust, mis on tehtud tabelites eespool (tabel 5, 6 ja 7). Kokku on pandud erinevad täpse GNSS väärtusega punktid lähtuvalt nivelleeritud kõrguse täpsusest. Kuna riigi kõrgusvõrgu I klassi nivelleerimisse ei võetud ühtegi Tartu 1. järgu punkti, on selle täpsusklassiga vaid riigi geodeetilise põhivõrgu punkt Lemmatsi97 ning tihendusvõrgu punkt 19934 (Vahi). Teised tabelis 10 esitatud punktid on II klassi nivelleerimisega, mille väärtus on saadud Tartu kõrgusvõrgu rekonstrueerimise aruandest (Planserk 2018). Tulemused on toodud tabelis 10.

**Tabel 10.** Mudeli EST-GEOID2017 kõrguse ( $\xi_1$ ) võrdlus geodeetilise ja normaalkõrguse vahega ( $\xi$ ) Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu, tihendusvõrgu ja riigi geodeetilise põhivõrgu II klassi punktidel

Jrk.nr	Punkti nr	GPS mõõtmise klass	Geodeetiline kõrgus h (m)	Normaal-kõrgus H (m)	Arvutatud vahe $\xi$ (m)	Mudelist EST-GEOID2017 leitud vahe $\xi_1$ (m)	Erinevus $\xi - \xi_1$ (m)
1	5475	Riigi geodeetiline põhivõrk, II klass	85,873	66.872	19,009	19,008	-0,007
2	19934	Tihendusvõrk	64,070	45,185	18,885	18,870	0,015
3	20258	Tihendusvõrk	78,555	59,675	18,880	18,873	0,007
4	19504	Tihendusvõrk	68,540	49,576	18,964	18,966	-0,002
5	19501	Tihendusvõrk	89,016	70,041	18,975	18,979	-0,004
6	9500	Tihendusvõrk	89,638	70,649	18,989	18,989	0,000
7	19932	Tihendusvõrk	69,770	50,858	18,912	18,912	0,000
8	1347	Kohalik 1 järk	81,966	62,979	18,987	18,988	-0,001
9	10000	Kohalik 1 järk	71,079	52,148	18,931	18,934	-0,003
10	10001	Kohalik 1 järk	69,198	50,309	18,890	18,874	0,015
11	10002	Kohalik 1 järk	72,485	53,610	18,875	18,873	0,002
12	10003	Kohalik 1 järk	54,721	35,801	18,920	18,902	0,018
13	10006	Kohalik 1 järk	73,904	54,9745	18,930	18,926	0,004
14	10013	Kohalik 1 järk	66,124	47,221	18,903	18,904	-0,001
15	10015	Kohalik 1 järk	51,529	32,567	18,962	18,956	0,006
<b>Keskmine erinevus</b>						<b>0,0032</b>	
<b>Standardhälve</b>						<b>0,0076</b>	
<b>Keskmine ruutviga</b>						<b>0,0080</b>	

Vaadates statistilisi väärtusi, on näha, et erinevused hajuvad võrdlemisi vähe, kõigest 0,76 cm. Süstemaatiline nihe on kõigest 0,32 cm ehk väga väike. Erinevusi ehk geoidi mudeli viga absoluutskaalal hindab keskmine ruutviga, mis on 0,80 cm. Geoidi mudeli 5 mm täpsust ei saavutanud, nagu üleriigiliselt deklareeritud (Ellmann A. Jt 2019). Joonisel 11 on välja toodud tabelis toodud punktide asukoht koos erinevusega.





**Joonis 11.** Geomeetriliselt nivelleeritud testpunktide asukoht ja mudeli EST-GEOID2017 kõrguse  $\xi_1$  ning geodeetilise ning normaalkõrguse vahe, ühikud meetrites.

Tabelist 10 hakkab silma, et üldiselt on vahed väga väikesed. Esile tõusevad kolm punkti, (10003, 10001 ja 19934) kus erinevus geoidi mudelist on oluliselt suurem ja huvitaval kombel samasuunaline. Punkti 10003 normaalkõrgust kontrolliti nii originaalaruandest kui ka Maa-ameti geodeetiliste punktide andmebaasist. Erinevust ei olnud. Kuna see punkt on aastal 2005 geomeetriliselt nivelleeritud, on siin kasutatud võimalust arvutada see punkt EH2000 süsteemi ka transformeerimisparameetrite abil Maa-ameti kalkulaatoris (tabel 9). Transformeerimise käigus selgub, et EH2000 kõrguseks tuleb 35,812 m, mis on koguni 1,1 cm võrra suurem uuest nivelleeritud kõrgusest (Planserk 2018). Kui arvutaks geoidi vea transformeeritud kõrgusega, tuleb erinevus enam mitte 1,8 cm, vaid üksnes 0,7 cm. Kuna tegemist on uue paigaldatud tsentriga aastast 2005 ja nivelleerimine toimus samal aastal,

väljendab transformeeritud kõrgus tolle aja tsentri kõrguse epohhi. Kuna punkt on kesklinnas, mõjustatud aktiivsest ehitustegevusest (Tartu ülikooli IT õppehoone), võib oletada, et tsenter on vajunud 1 cm võrra. Vajumine võib olla põhjustatud ka asjaolust, et nivelleerimine tehti küllaltki peatselt pärast tsentrite paigaldust aastal 2005.

Et saada suuremat kindlust punkti vajumise hüpoteesile, on kasutatud võimalust arvutada kõrguskasv geomeetrilise nivelleerimise kaudu punktile 10003 reeperist 684, ja seda nii 2005. aasta kui ka 2018. aasta andmete (kõrguskasvu) põhjal. Mõlemal juhul on lähtereeperi väärtuseks võetud uus EH2000 väärtus. Aastal 2005 on saadud kõrguskasvuks 15,2785 m (Planserk 2005), samas aastal 2017 aga 15,2896 m (Tabel 11) (Planserk 2018). Seega on kõrguskasv suurenenud 1,1 cm. Nende andmete põhjal võib selgelt väita, et punkt 10003 on 12 aastaga vajunud üle 1 cm. Et mitte jätta seda punkti geoidi täpsuse hindamise tabelist kõrvale, on selle punkti geodeetilist kõrgust vähendatud 1,1 cm võrra (Tabel 13). Teisisõnu on GNSS mõõtmine toodud aasta 2017 epohhi.

**Tabel 11 . Kõrguskasvu 684-10003 arvutus nivelleerimiste põhjal aastatest 2005 ja 2017**

Punkti nr	Kõrgus BK77, 2005 (m)	Kõrgus EH2000, 2017 (m)
684	50,912	51,091
10003	35,6335	35,8014
Kõrguskasv 684 - 10003	15,2785	15,2896

Punktil 19934 on samuti samasuunaline 1,5 cm erinevus (Tabel 10). Selle punkti nivelleeritud kõrgus pärineb erinevast tasandusest, kui Tartu linn üldiselt. Täpsamalt öeldes tuleb selle punkti normaalkõrgus riigi kõrgusvõrgu rekonstrueerimise aruandest (Planserk 2016). Iseenesest on tegemist I klassi kõrgusega, seega üks klass täpsem kui Tartu kohaliku võrgu nivelleerimine. Tekib küsimus, kas tasanduse vahest võib tekkida nii suur erinevus. Kuna tegemist on vana tsentriga, ei saa olla vajumine probleemiks. Kuna see punkt ei olnud Tartu kohaliku kõrgusvõrgu osa ei 2005. ega 2018. aastal nivelleerimistööde käigus, siis seda punkti peaks vaatama erineva kaaluga või jätma andmetest välja. Arvestades, et punkt asub linna servas, väljaspool Tartu kohaliku geodeetilist võrku ja selle nivelleerimise tasandust, otsustasin punkti lõplikust võrdlusest välja jätta (Tabel 13).

Suurema vahega hakkab silma veel punkt 10001, mis asub linna põhjaosas Raadil. Antud punkti erinevus on 1,5 cm. Selle punkti tausta uurimiseks on vähem võimalusi, kuna puudub

geomeetriline nivelleerimine 2005. aastal. Tegemist on samuti uue tsentriga. Võrdluse eesmärgil on transformeeritud selle punkti normaalkõrgus aastast 2005 EH2000 süsteemi Maa-ameti kalkulaatoriga. Tulemuseks sain 0,45 cm suurema kõrguse. See vähendab geoidi viga samavõrra, kuid ühe sentimeetri suurune nihe jääb siiski sisse. Tabelis 12 on välja toodud punkti 10003 transformeeritud kõrgus. Arvestades loogikaga, et see tsenter võib olla samuti vajunud, on lõplikus analüüsis ka selle punkti geodeetilist kõrgust vähendatud 0,45 cm (Tabel 13). Päril kindlalt ei saa seda väita, samas ei muuda see eriti lõpptulemust.

**Tabel 12 . Punkti 10003 EH2000 kõrgus transformeerimise põhjal**

<b>Punkti nr</b>	<b>Kõrgus BK77, 2005 tasandatud (m)</b>	<b>Kõrgus EH2000, 2017 (m)</b>	<b>Vahe (m)</b>
10001	50,313	50,309	-0,0045

Selleks, et tõsta tulemuste usaldusväärsust veelgi tehti lõplik mudeli Est-Geoid2017 täpsuse analüüs uuesti. Tabelis 13 on muudetud punkti 10003 geodeetilist kõrgust 1,1 cm, punkt 19934 on jäetud välja ja punkt 10001 geodeetilist kõrgust on muudetud 0,45 cm võrra. Sellisel juhul on uus süstemaatiline nihe 0,13 cm, standardhälve 0,51 cm ja keskmine ruutviga 0,51 cm. Seega tuli EST-GEOID2017 täpsus 5 mm, nagu geoidi arendajate poolt eesmärgiks seatud ja deklareeritud (Ellmann A. Jt 2019).

**Tabel 13.** Mudeli EST-GEOID2017 kõrguse  $\xi_1$  võrdlus geodeetilise ja normaalkõrguse vahega  $\xi$  Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu, tihendusvõrgu ja riigi geodeetilise põhivõrgu II klassi punktidel

Jrk.nr	Punkti nr	Klass	Geodeetiline kõrgus h (m)	Normaal-kõrgus H (m)	Arvutatud vahe $\xi$ (m)	Mudelist EST-GEOID2017 leitud vahe $\xi_1$ (m)	Erinevus $\xi - \xi_1$ (m)
1	5475	Riigi geodeetiline põhivõrk, II klass	85,863	66,854	19,009	19,008	0,001
2	20258	Tihendusvõrk	78,555	59,675	18,880	18,873	0,007
3	19504	Tihendusvõrk	68,540	49,576	18,964	18,966	-0,002
4	19501	Tihendusvõrk	89,016	70,041	18,975	18,979	-0,004
5	9500	Tihendusvõrk	89,638	70,649	18,989	18,989	0,000
6	19932	Tihendusvõrk	69,770	50,858	18,912	18,912	0,000
7	1347	Kohalik 1 järk	81,966	62,979	18,987	18,988	-0,001
8	10000	Kohalik 1 järk	71,079	52,148	18,931	18,934	-0,003
9	10001	Kohalik 1 järk	69,194	50,313	18,890	18,874	0,011
10	10002	Kohalik 1 järk	72,485	53,610	18,875	18,873	0,002
11	10003	Kohalik 1 järk	54,710	35,801	18,909	18,902	0,007
12	10006	Kohalik 1 järk	73,904	54,974	18,930	18,926	0,004
13	10013	Kohalik 1 järk	66,124	47,221	18,903	18,904	-0,001
14	10015	Kohalik 1 järk	51,529	32,567	18,962	18,956	0,006
<b>Keskmine erinevus</b>							<b>0,0013</b>
<b>Standardhälve</b>							<b>0,0051</b>
<b>Keskmine ruutviga</b>							<b>0,0051</b>

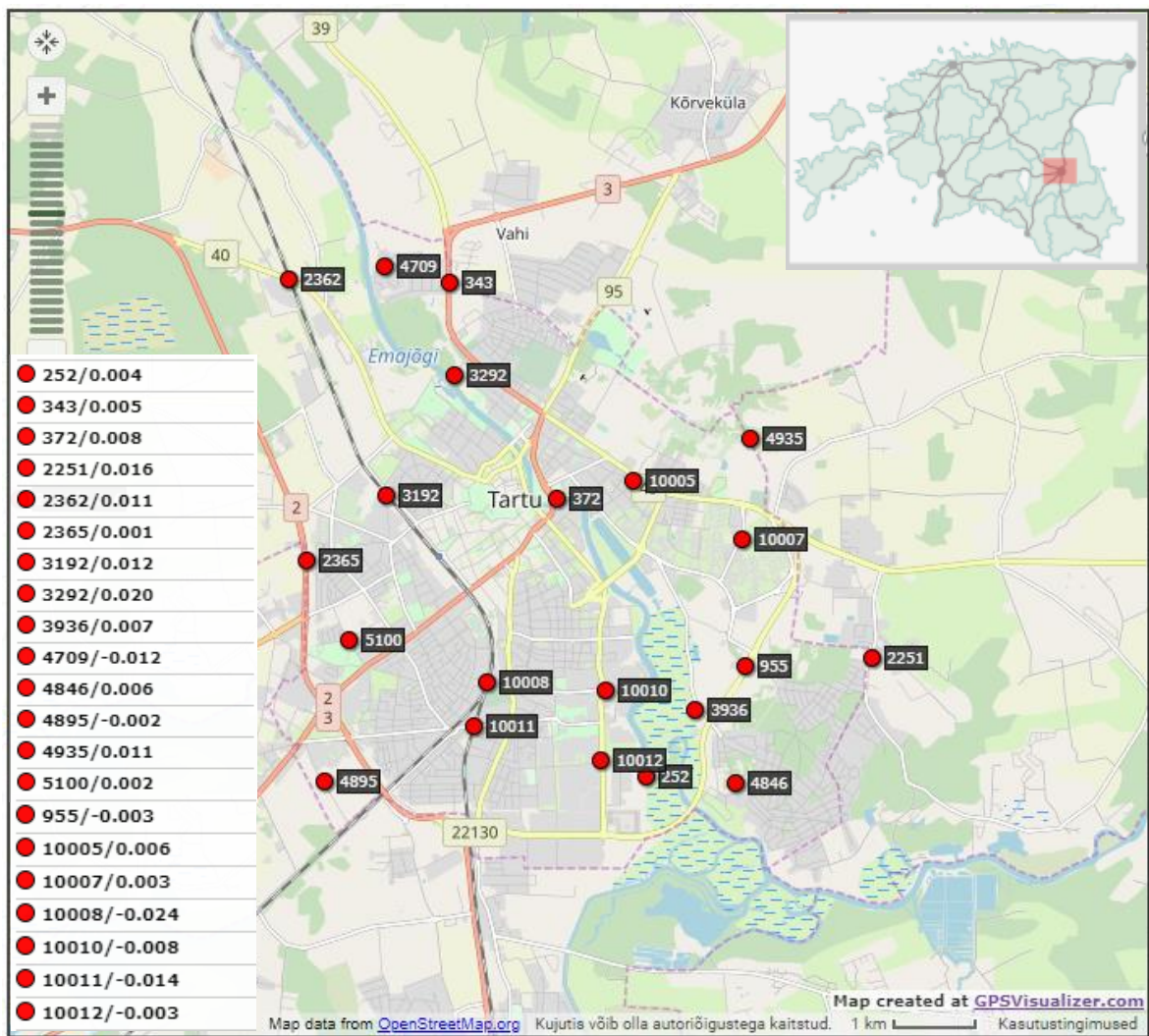
### **3.4. Mudeli EST-GEOID2017 võrdlemine normaal ja geodeetilise kõrguse vahega 1. järgu punktidel (trigonomeetriline nivelleerimine)**

Lisaks on arvutatud geodeetiliste - ja normaalkõrguste vahed  $\xi$  Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu punktidele, millel on olemas normaalkõrgus trigonomeetrilisest nivelleerimisest. Antud punktidele on normaalkõrgused saadud trigonomeetrilise nivelleerimise meetodiga aastal 2005-2006 ning lõplikud EH2000 kõrgused uuest ümbertasandusest aastal 2018. Kuna aastal 2018 tehti uus geomeetriline nivelleerimine Tartu linnas, tasandati uuesti ka 2005. aasta polügonomeetria ehk trigonomeetriline nivelleerimine (Planserk 2018). Nii said kõik Tartu kohaliku geodeetilise võrgu 1. ja 2. järgu punktid EH2000 kõrgused. On teada, et trigonomeetriline nivelleerimine tehti 3 täisvõttega, kasutades 1" või 1,5" täpsusega seadmeid. Juba 2005. aasta aruandes on täpsuseks toodud 1 cm. Kuna mõõtmised toimusid aastal 2005, väljendab ka uus ümbertasandus tsentrite selle aja epohhi. See on ka hea, kuna geodeetilised kõrgused on samast ajast. Tabelisse 14 on koondatud geomeetrilise geoidi ja mudeli EST-GEOID2017 võrdlusväärtused. Kõikide seal toodud 1. järgu punktide EH2000 kõrgused pärinevad trigonomeetrilisest nivelleerimisest, mille lõplikud väärtused avaldati aastal 2018 (Planserk 2018).

Tabelist 14 nähtub, et esineb juhuslikku nihet kuni 2,4 cm nii ühele kui ka teisele poole. Tuleb välja tuua, et andmetes ei ole lubamatuid jämedaid vigu ning mitmel punktil on erinevused nullilähedased.

**Tabel 14.** Mudeli EST-GEOID2017 kõrguse  $\xi_1$  võrdlus geodeetilise ja normaalkõrguse vahega  $\xi$  Tartu kohaliku geodeetilise põhivõrgu 1. järgu punktidel, millel on EH2000 kõrgused trigonomeetrisest nivelleerimisest

Jrk ,nr	Punkti nr	Geodeetiline kõrgus h (m) 2005	Normaal-kõrgus EH2000 (m), (Planserk 2018)	Arvutatud vahe $\xi$ (m)	Mudelist EST-GEOID2017 leitud vahe $\xi_1$ (m)	Erinevus $\xi - \xi_1$ (m)
1	252	51,112	32,164	18,948	18,944	0,004
2	343	62,308	43,42	18,888	18,883	0,005
3	372	52,974	34,057	18,917	18,909	0,008
4	2251	56,439	37,541	18,898	18,882	0,016
5	2362	68,774	49,854	18,920	18,909	0,011
6	2365	81,786	62,823	18,963	18,962	0,001
7	3192	80,295	61,345	18,950	18,938	0,012
8	3292	52,475	33,554	18,921	18,901	0,020
9	3936	51,657	32,726	18,931	18,924	0,007
10	4709	52,757	33,879	18,878	18,890	-0,012
11	4846	56,443	37,507	18,936	18,930	0,006
12	4895	88,657	69,664	18,993	18,995	-0,002
13	4935	73,944	55,071	18,873	18,862	0,011
14	5100	91,178	72,207	18,971	18,969	0,002
15	955	56,122	37,218	18,904	18,907	-0,003
16	10005	55,593	36,6954	18,898	18,892	0,006
17	10007	68,865	49,978	18,887	18,884	0,003
18	10008	81,435	62,504	18,931	18,955	-0,024
19	10010	56,536	37,608	18,928	18,936	-0,008
20	10011	80,204	61,254	18,950	18,964	-0,014
21	10012	53,049	34,104	18,945	18,948	-0,003
<b>Keskmine erinevus</b>						<b>0,0022</b>
<b>Standardhälve</b>						<b>0,0104</b>
<b>Keskmine ruutviga</b>						<b>0.0104</b>



**Joonis 12.** Trigonomeetriliselt nivelleeritud punktide asukoht ja mudeli EST-GEOID2017 kõrguse  $\xi_1$  ja geodeetilise ning normaalkõrguse vahe, ühikud meetrites.

Tabelist 14 nähtub, et keskmine erinevus on 0,22 cm, standardhälve 1,04 cm ja keskmine ruutviga 1,04 cm. Viimane väärtus on küll suurem, kui geomeetrilisest nivelleerimisest, aga on ju teada, et trigonomeetriline nivelleerimine ongi ebatäpsem. Tabelis 14 toodud andmete erinevus ja asukoht on esitatud ka joonisel 12.

Silma hakkab kolm punkti, millel on suurem erinevus kui 1,5 cm. Need on punktid 10008, 3292 ja 2251. Üks põhjus, mis võib olla juhtunud, on tsentri liikumine 12 aasta jooksul. Selleks, et anda mingitki hinnangut nende täpsuse kohta on kasutanutatud kõrguste transformeerimist. Transformeerimise andmed on toodud tabelis 15.



**Tabel 15.** Punktide 10008, 3292 ja 2251 EH2000 kõrgus transformeerimise põhjal

<b>Punkti nr</b>	<b>Kõrgus BK77 (m), Planserk 2005</b>	<b>Kõrgus EH2000 (m), Planserk 2018</b>	<b>Kõrgus EH2000 (m) transformeeritud</b>	<b>Vahe (m)</b>
10008	62,307	62,504	62,485	0,019
3292	33,384	33,554	33,561	-0,007
2251	37,372	37,541	37,548	-0,007

Tabelist 15 näeme, et punkt 10008 on justkui kerkinud 1,9 cm ja punktid 3292 ja 2251 on vajunud 0,7 cm võrra.

Punkti 10008 kõrgust võrreldes 2018. aasta aruandes toodud ja 2005. aasta aruandest transformeeritud kõrguse põhjal võib öelda, et punkt võib olla kerkinud 2 cm. Punkti 10008 abriss näitab, et see asub 19 m kaugusel raudteest ja tiheda liiklusega teest vaid 1 m kaugusel, siis võib vaid oletada, et keskkonna mõju on tinginud punkti kerkimise (Joonis 13).

Kui tabelis 14 arvutusest välja võtta punkti 10008 andmed, siis saame järgmised statistilised andmed: süstemaatiline nihe 0,35 cm, standardhälve 0,92 cm ja keskmine ruutviga 0,88 cm. Süstemaatiline nihe küll suureneb, teised näitajad oluliselt ei muutu, kuid siiski paranevad. Siiski on selge, et 0,3 cm suurune nihe ei ole suurus, mida soovitada praktilises elus arvestada.



## ABRISS

ID nr: 54-752-10008

Punkti nr: 10008

Tsentri nr: -

Punkti nimi: -

Tähistus: katteluuk

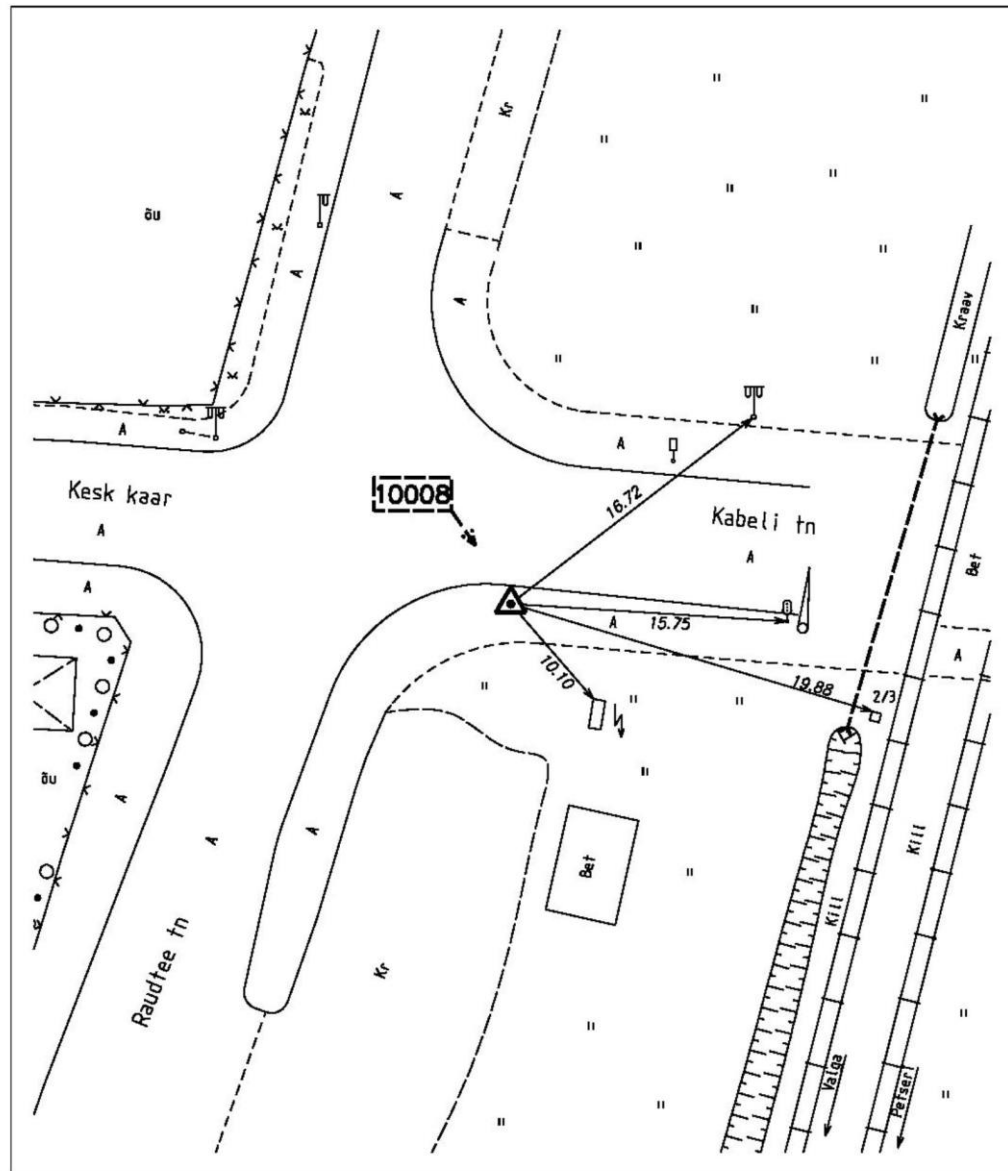
Märgi tüüp: 5030

Kõrgus maapinnast: -0.12 m

Koordinaadid:  $x = 6472053$

$y = 658959$

Asukoha kirjeldus: Tartu maakond, Tartu, Tammelinna linnaosa. Kesk kaar, Raudtee ja Kabeli tn ristmikul, kõnnitee asfaldis.



Koostas: K. Kolts

Kuupäev: 08.2017

**Joonis 13.** Tartu kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu punkti 10008 abris. Allikas: Maaameti geodeetiliste punktide andmebaas.

## ARUTELU

Mudeli EST-GEOID2017 hindamiseks Tartu linnas on kasutatud GNSS mõõtmistega punkte, millel on ka normaalkõrgus. Sellise uuringu jaoks on alati oluline leida võimalikult täpsete kõrgustega punktid. Ja see polegi nii lihtne kui paistab. Teame, et geoidi on sobitatud punktidega, millel on nädalased GNSS mõõtmised ja I klassi geomeetriline nivelleerimine (Planserk 1998, Ellmann A. jt 2019). Sellisel tasemel punkte pole Tartus kuskilt võtta (va Lemmatsi97). Teisalt on selge, et igapäevaelus kontrollitakse geoidi mudelit Tartus ikkagi kohalike reeperite abil. Selles mõttes on loogiline kasutada kohaliku võrgu tasanduse tulemusi ka mudeli EST-GEOID2017 kontrolliks. Paratamatult on kohalik võrk väiksema täpsusklassiga. Nii on ju 1. järgu punktid saanud oma GNSS väärtused riigi I klassi ja tihendusvõrgu punktidele. Kohalik II klassi geomeetriline nivelleerimine kasutab lähtepunktidenä I klassi nivelleerimispunkte. Trigonomeetrilise nivelleerimise aluseks on II klassi geomeetriline nivelleerimine. Aga veelkord, oluline on kohalik tasandus.

Uuringu käigus jäi II ja I klassi geomeetrilise nivelleerimisega punkte sõelale vaid 14 punkti. Teisalt polegi see nii väike arv Tartu kohta, et hinnata geoidi. Vahi punkti oli kahju välja visata, eriti just tõsiasja pärast, et sellel oli I klassi nivelleerimine. Siiski esines seal kummaliselt suur sobimatus. Kuna see punkti oli Tartu võrgust ikkagi väljas, on otsustatud seda mitte kasutada. Teiste geomeetriliselt nivelleeritud punktide abil selgus, et Tartus esineb minimaalne süstemaatiline nihe 1,3 mm ja geoidi mudeli EST-GEOID2017 keskmine ruutviga on 5,1 mm.

Tekkis ka küsimus, kas trigonomeetrilise kõrgusega punktidega üldse mudelit testida. Kuna on teada, et ka nende täpsuseks on deklareeritud 1 cm, ja neid on küllalki palju (lausa 22), otsustati seda ikkagi teha. Seda statistikat on esitatud eraldi, mitte kombineerides täpsemate punktidega. Need punktid on saanud EH2000 kõrgused siiski uuest tasandusest (Planserk 2018). Seega, kuna 2005. aasta polügonomeetria oli läbi käinud nii öelda uuenduskuuri, oli väga huvitav ka neid analüüsida. Pealegi, GNSS kõrguse täpsusklass oli ju sama, mis teistel punktidel. Tulemused näitasidki sarnaseid arve. Kohaliku võrgu 1. järgu punktid, mis on kõrguse saanud trigonomeetrilise nivelleerimise teel, omasid süstemaatilist nihet 2,2 mm või 3,5 mm, sõltuvalt kas punkti 10008 kasutada või mitte. Seega saime siiski kinnitust, et ka

trigonomeetrilise kõrgusega punktid ei näidanud olulist süstemaatilist nihet. Keskmine ruutviga jääb 1 cm piiresse, mis on vaid poole halvem, kui testides täpsemate punktidega (Tabel 13). Samas on geomeetrilise ja trigonomeetrilise nivelleerimise täpsuse vahe samas suurusjärgus või natuke suurem.

Ka trigonomeetrilise nivelleerimise käigus saanud punktide andmetest jäi silma kolm punkti, millel paistis olema suurem juhuslik viga. Nendeks punktideks olid 2251, 3292 ja 10008, viimane erinevusega koguni 2,4 cm. Transformeerisin antud punktide kõrgused aastast 2005 EH2000 süsteemi ka Maa-ameti parameetrite abil. Selle käigus selgus, et transformeeritud ja trigonomeetriliselt mõõdetud kõrguste vahe oli punktil 10008 1,9 cm (punktidel 3292 ning 2251 aga vaid -0,70 cm). See annab aluse väiteks, et tsenter võib olla liikunud. Kui punkt 10008 eemaldada analüüsist, siis süstemaatiline nihe suureneb 1,3 mm võrra (3,5 mm) ja keskmine ruutviga väheneb 1 mm võrra (0,9 cm). Seega probleemse punkti 10008 väljajätmine ei muuda oluliselt midagi, kuid on ilmselt siiski põhjendatud.

Kuna GPS-mõõdistamise RTK meetodiga on tänapäeval võimalik kõrgus määrata üldiselt 1-3 cm täpsusega, siis lõpptulemusena ei ole vajalik Tartus rakendada mudelile EST-GEOID2017 süstemaatilist nihet, kuna see on liiga väike: 2,2 mm või ebatäpsemate kõrguste alusel 3,5 mm. Kui keegi ka rakendab suuruse 2,2 mm, ei tee see midagi halvemaks. Seega, käesoleva töö tulemusena võib väita, et mudel EST-GEOID2017 on Tartu linnas väga täpne (keskmine ruutviga 5,1 mm) ja täidab kõik nõuded selleks, et saada parimad tulemused RTK-meetodil mõõdistamisel.

## KOKKUVÕTE

RTK mõõdistamine on tänapäeval aina olulisemal kohal geodeedi argipäevaelus. Kuna antud meetod asendab palju kallima, ajakulukama ja keerulisema nivelleerimise, seda tänu aina tihedama ja kvaliteetsema satelliit võrgustikule. Seega on väga oluline, et GPS-seadmesse seadistatud geoidi mudel oleks võimalikult täpne, et konkureerida nivelleerimisega.

Antud magistritöö eesmärgiks on analüüsida geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsust ning tuvastada selle süstemaatilist nihet Tartu linnas. Selline lisanihke andmine iseenesest parandaks geoidi mudeli täpsust Tartus. Töös esitati hüpotees, et Tartu linna kohal esineb süstemaatiline nihe. See mõte tulenes autori eelnevast bakalaureuse tööst aastal 2016, kus uuriti samuti geoidi Tartus ja taoline nihe esines eelmise geoidi mudeli suhtes. Siiski on olukord nüüd muutunud selles osas, et referentsvõrgud on täpsemad, kasutada on hoopis uuemate mõõtmiste andmed ja tasandused, millest eriti tuleb rõhutada kõrgusvõrgu rekonstrueerimist Tartus (Planserk 2018). Samaks on jäänud GNSS mõõtmiste väärtused 1. järgu punktidel.

Mudel EST-GEOID2017 ise on arvutatud gravimeetristest andmetest ja seejärel sobitatud üle 100 punktiga, millel on kõrgtäpne geodeetiline- ja normaalkõrgus. Sobitamisel on kasutatud kehtivaid väärtusi Eesti süsteemidest ja realisatsioonidest, nagu EUREF-EST97 ja EH2000. Selle geoidi täpsuse hindamiseks Tartu piires on kogutud riigi põhivõrgu II klassi punktile Lemmatsi97, mitmete tihendusvõrgu ja kohaliku geodeetilise võrgu 1. järgu punktidele nii geodeetilised kui normaalkõrgused. Põhimõte oli kasutada võimalikult täpsete võrkude andmeid. Selleks andis ühtpidi head võimalused tõsiasi, et äsja valmis Tartu kohaliku kõrgusliku põhivõrgu rekonstrueerimine. Samas selgus, et kaugeltki mitte kõik 1. järgu punktid ei saanud geomeetrilise nivelleerimise kaudu otseselt väärtust. Seega kujuneski probleemiks täpse nivelleerimisega punktide mõningane vähesus. I järgu punktide geodeetiline kõrgus pärines varasemast ajast (Planserk 2005), kohati tuli analüüsida ka tsentrite stabiilsust. Et suurendada tulemuse usaldusväärsust, on lisaks analüüsitud ka neid 1. järgu punkte, millel on kõrgus trigonomeetrisest nivelleerimisest. Trigonomeetrisele

nivelleerimisele on tehtud ümbertasandus lähtuvalt uues geomeetrisest nivelleerimisest (Planserk 2018). See asjaolu tõstis huvi kasutada ka neid punkte.

Töö uurimisülesannete täitmiseks analüüsi esialgu punkte, mis osutuksid valikusse. Selgus, et leidis 18 geomeetriselt nivelleeritud 1. järgu või riigivõrgu punkti. Kuna mõne tsenter oli hävinud või kõrgus puudus, on jäi peagi järele vaid 15 punkti. Põhjalikuma analüüsi tulemusel tuvastati punktil 10003 tsentri vajumine, mida on tõestatud kordusnivelleerimise andmetest. Seda on võetud järgnevalt arvesse. Vahi punktil 19934 tuvastati suurem juhuslik viga ja see punkt jäeti lõplikust analüüsist välja. Välja jätmise põhjuseks oli ka see, et selle punkti geomeetriline nivelleerimine ei tulnud Tartu sisese tasandusest. Lõpuks jäigi analüüsi 14 punkti.

Mõnede punktide EH2000 kõrgusi on vajadusel hinnatud ka transformeerimise abil. Transformeerimiseks on kasutatud Maa-ameti kalkulaatorit, et arvutada kõrgused BK77 süsteemist EH2000 süsteemi.

Neil 14. punktil kõigil oli II klassi nivelleerimine aastast 2018 ja I klassi nivelleerimine punktil Lemmatsi97. Mudeli täpsuse hindamiseks leiti geoidi kõrgused nivelleerimisest ja GNSS mõõtmisandmetest. Nii saadud geomeetrist geoidi on võrreldud mudelist EST-GEOID2017 leitud kõrgustega, et saada teada nii täpsust kui süstemaatilist nihet Tartu linna kohal. Leitud erinevusi omakorda hinnati keskmise ruutvea ja standardhälbe valemitega. Selgus, et 14. punkti põhjal on geoidi mudelis EST-GEOID2017 minimaalne süstemaatiline nihe 0,13 cm, standardhälve 0,51 cm ja keskmine ruutviga 0,51 cm. Et süstemaatiline nihe tuli nii väike, peab tõdema, et hüpotees sisuliselt ei pidanud paika. Keskmine ruutviga 5 mm sarnaneb väga mudelile EST-GEOID2017 üleriigiliselt omistatud täpsusele. Arvestades naabermaade kogemusi, võib öelda, et tegemist on erakordse täpsusega.

Lisaks geomeetriselt nivelleeritud punktidele kasutati töös ka trigonomeetriselt nivelleeritud 1. järgu punkte. Esialgu on valitud 28 punkti. Peagi selgus, et valitud 1. järgu punktidest leidis päris mitu (7) punkti, mis olid aja jooksul hävinenud või kahjustada saanud. Reeglina peale kahjustatud 1. järgu punkti kontrollmõõdistamist või taastamist saab sellest 2. järgu punkt, nii oli korduvalt ka Tartus juhtunud. Peamine põhjus, miks punktid jäeti välja lõpparvutusest, oligi nende ebausaldusväärsus või puudulikud andmed. Analüüsi jäi 21 1. järgu punkti, millel on kõrgus trigonomeetrisest nivelleerimisest. Viimase väärtused pärinesid ümbertasandusest aastal 2018 (Planserk 2018), kuigi mõõtmised ise on tehtud

polügonomeetria tööde käigus 2006. aastal (Planserk 2006). Punkt 10008 hakkas silma suurima vahega (2,4 cm). Sellel punktil oli suur sobimatus ka võrreldes transformeerimise andmetega (BK77-EH2000). Kuna see punkt asus raudteest vaid paarkümmend meetrit ja aktiivsest autoteest mõni meetrit, siis on jäetud antud punkt välja. Trigonomeetriliselt nivelleeritud 1. järgu punktide (20) põhjal esineb mudelil EST-GEOID2017 Tartus süstemaatiline nihe 0,35 cm, standardhälve 0,92 cm ja keskmine ruutviga 0,88 cm.

Töö tulemuste põhjal saab järeldada, et süstemaatiline nihe Tartu linna kohal on piisavalt väike, et seda mitte rakendada praktikas, seega lükati ümber töö alguses püstitatud hüpotees. Süstemaatilise nihke rakendamine pole mõistlik, kuna RTK mõõtmine on valdavalt oma olemuselt väiksema täpsusega, kui töö käigus leitud süstemaatiline nihe.

Seega uurimistöö tulemusena autor ei pea vajalikuks Tartus rakendada lisaks geoidi mudeli EST-GEOID2017 parandusele veel süstemaatilist nihet. Samas kui seda ka teha, ei muutu midagi halvemaks.

## VIITED

- Chapman, M. E.** (1979). Techniques for interpretation of geoid anomalies. - Journal of Geophysical Research: Solid Earth 84
- Ellmann, A. Märdla, S. Oja, T.** (2019) The 5 mm geoid model for Estonia computed by the least squares modified Stokes's formula. - Survey Review
- Ellmann, A. Oja, T. Jürgenson, H.** (2011) Kosmosetehnoloogia rakendused geoidi ja gravitatsioonivälja täpsustamiseks Eesti alal.- Geodeet 41 (65)
- Ellmann, A.** (2004). The geoid for the Baltic countries determined by the least squares modification of Stokes' formula. (Doktoritöö). Kuninglik Tehnikaülikool Stockholmis. Rootsi Kuningriik
- Ellmann, A.** (2004). Uus Baltimaade geoidi mudel.- Geodeet, 29, 69-71
- Ellmann, A. Oja, T. All, T. Jürgenson, H. Kall, T. Liibus, A.** (2016) Raskuskiirenduse anomaalvälja ja geoidi mudelpinna täpsustamine Eestis – Publicationes Geophysicales Universitatis Tartuensis 51 (152-164)
- Geoid.** (2019) **Maa-ameti** **Geoportaal.** (WWW)  
[https://geoportaal.maaamet.ee/index.php?lang\\_id=1&act=print&page\\_id=287](https://geoportaal.maaamet.ee/index.php?lang_id=1&act=print&page_id=287)  
(14.13.2019)
- Geodeetiline süsteem. (Vastu võetud 26.10.2011) – Riigi Teataja (WWW)  
<https://www.riigiteataja.ee/akt/128102011003?leiaKehtiv>
- Guang, Y. Hong, L. Hai-Ping, O. Feng, F. Jian-Cheng, L.** (2007) Quasi-geoid Determination with Sub-centimeter Precision in City Guangzhou. Bulletin of Surveying and Mapping, (2007-01)
- Jian-Cheng, L. Wei-Ping, J. Zheng-Guo, Q. Xian-Jun, R.** (2005) Study of Quasi-geoid with Centimeter Level Accuracy in Wuxi City. Geospatial Information (2005-02)
- Jürgenson, Harli** (2003). Eesti täppisgeoidi arvutus. (Doktoritöö). Eesti Põllumajandusülikool Maainseneriteaduskond Maamõõdu instituut. Tartu

- Jürgenson, H.** (2011) Mudelist EST-GEOID2003. - Geodeet 40 (64)
- Jürgenson, H.** (2012) Füüsikaline geodeesia. (Loengumaterjal). Tartu
- Jürgenson, H.** (2015) Kõrgema geodeesia loengud. (Loengumaterjal). Tartu
- Kala, V. Ellmann, A. Märdla, S.** (2015) Kõrgem geodeesia polügonomeetria ja kõrgtäpne nivelleerimine. Tallinn. Lk 9-19; lk 20-25; lk 117-119; lk 175-183
- Kollo, K., Torim, A., Liibusk, A.** (2017). Koondülevaade Eesti kõrgusvõrgu rekonstrueerimisest ja kõrgussüsteemi EH2000 kehtestamisest. Geodeet 47 (24)
- K&H AS.** (2006) Tartu linna kohaliku geodeetilise põhivõrgu 2. ja 3. järgu rekonstrueerimine ja rajamine. Tartu.
- Kõrgusvõrk.** (2017) **Maa-ameti Geoportaal.** (WWW) <http://geoportaal.maaamet.ee/est/Andmed-ja-kaardid/Geodeetilised-andmed/Geodeetilised-vorgud/Korgusvork-p285.html> (03.01.2019)
- Lühiülevaade: Eesti hakkab kõrgusi arvutama Kroonlinna nulli asemel Amsterdami nulli järgi.** (2017) **Maa-ameti Geoportaal.** (WWW) <https://www.maaamet.ee/et/uudised/luhiulevaade-eesti-hakkab-korgusi-arvutama-kroonlinna-nulli-aseemel-amsterdami-nulli-jargi/> (16.12.2018)
- Maa-amet.** (2006) Kõrgusvõrgu rekonstrueerimise ja nivelleerimise juhend. Tallinn
- Maa-amet.** (2018) Kohaliku geodeetilise võrgu rajamise ja rekonstrueerimise juhend. Tallinn
- Malkin, Z.** (2008). On comparison of the Earth orientation parameters obtained from different VLBI networks and observing programs. - Journal of Geodesy (83)
- Metsar, j. Kollo, K. Ellmann, A.** (2018). Modernization of the Estonian national GNSS reference station network. Geodesy & Cartography (44)
- Märdla, S.** (2017). Regional Geoid Modelling by the Least Squares Modified HotineFormula Using Gridded Gravity Disturbances. (Dokoritöö). Tallinna Tehnikaülikool. Tallinn
- Oja, T. Ellmann, A. Jürgenson, H. Kall, T.** (2011) Mudelpindade EST-GEOID2011 ja EST- GEOID2003 omavahelistest erinevustest ning võimalikust üleminekust uuele kõrgussüsteemile. - Geodeet 41 (65)



- Planserk AS.** (1998) Riigi geodeetilise võrgu kameraarvutused, I köide. Tallinn.
- Planserk AS.** (2001) Geodeetiliste tööde aruanne. Tihendusvõrgu tasandamine. Tallinn
- Planserk AS.** (2001) Tihendusvõrgu mandriosa tasandamine. Tallinn
- Planserk AS.** (2005) Tartu linna plaanilise geodeetilise põhivõrgu 1. järgu rekonstrueerimine ja rajamine. Tallinn
- Planserk AS.** (2016) Kõrgusvõrgu rekonstrueerimine. (Mandriosa). Tallinn
- Planserk AS.** (2016) Kõrgusvõrgu rekonstrueerimine. Tasandusarvutused, I köide. Laagri.
- Planserk AS.** (2018) Tartu kõrgusvõrgu rekonstrueerimine. Laagri
- Randjärv J.** (1997). Geodeesia I osa. Tartu. Lk 13-15; lk 19-21; lk 25-27; lk 87-90; lk 98-102
- Randjärv, J. Ilves, E. Jürgenson, H.** (1998) Geodeesia II osa. Tartu. Lk 35-41; lk 165-173
- Randjärv, J.** (1999) Geodeesia III osa geodeetiliste võrkude tasandamine. Tartu. Lk 8-11
- Randjärv J.** (2002). Geodeesia IV osa Kohalik geodeetiline võrk. Tartu. Lk 9-19
- Tamme, M-L.** (2017) Muudatused ruumiandmete seaduses ja Eesti kõrgussüsteemis. – Geodeet 47 (71)
- Ruus, R.** (2011) Mõõtmistulemus ja selle täpsushinnang (WWW)  
[http://eprints.tktk.ee/152/2/dispersioon\\_ja\\_standardhlve.html](http://eprints.tktk.ee/152/2/dispersioon_ja_standardhlve.html) (24.05.2019)
- Ruus, R.** (2012) Mõõtmistulemuste matemaatiline töötlemine (WWW)  
[http://eprints.tktk.ee/147/1/gaussi\\_ja\\_besseli\\_valem.html](http://eprints.tktk.ee/147/1/gaussi_ja_besseli_valem.html) (24.05.2019)

**Lihtlitsents lõputöö salvestamiseks ja üldsusele  
kättesaadavaks tegemiseks ning juhendaja kinnitus lõputöö  
kaitsmisele lubamise kohta**

Mina, Daiva Soodla, 26.04.1993.

1. annan Eesti Maaülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud lõputöö  
Geoidi mudeli EST-GEOID2017 täpsuse analüüs Tartu linnas,  
mille juhendaja on dotsent Harli Jürgenson,
  - 1.1. salvestamiseks säilitamise eesmärgil,
  - 1.2. digiarhiivi DSpace lisamiseks ja
  - 1.3. veebikeskkonnas üldsusele kättesaadavaks tegemisekskuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile;
3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega  
isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Lõputöö autor

\_\_\_\_\_

allkiri

Tartu, 3.06.2019

---

**Juhendaja kinnitus lõputöö kaitsmisele lubamise kohta**

Luban lõputöö kaitsmisele.

\_\_\_\_\_

(juhendaja nimi ja allkiri)

\_\_\_\_\_

(kuupäev)